

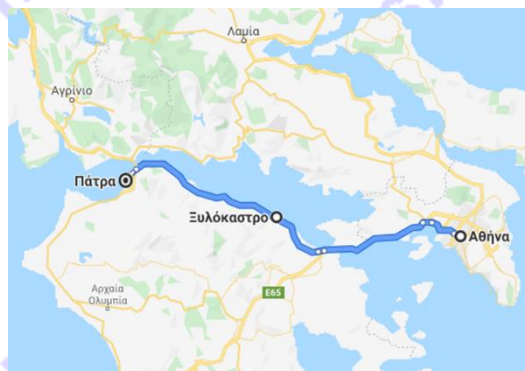


### ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Οι απαντήσεις και η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς στο **Φύλλο Απαντήσεων** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις.
2. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του **Φύλλου Απαντήσεων**.
3. Τα ονομαστικά στοιχεία θα συμπληρωθούν στο αντίστοιχο πλαίσιο του **Φύλλου Απαντήσεων** και θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε **μόνο το Φύλλο Απαντήσεων**.

### ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

**A.1.** Λόγω αυξημένου όγκου επιβατών, τα ΚΤΕΛ αποφασίζουν στο δρομολόγιο από Αθήνα με προορισμό την Πάτρα αντί ενός λεωφορείου να δρομολογήσουν δύο. Στο λεωφορείο Α θα μπουν όσοι πηγαίνουν απευθείας στην Πάτρα, ενώ το λεωφορείο Β θα πραγματοποιήσει ενδιάμεση στάση στο Ξυλόκαστρο, πριν φτάσει Πάτρα. Στις 14:00 ξεκινούν ταυτόχρονα και τα δύο λεωφορεία (Α και Β) από Αθήνα. Στις 15:30 το λεωφορείο Β φτάνει στη στάση του Ξυλοκάστρου. Στις 15:45 το λεωφορείο Β ξεκινά από τη στάση και εκείνη ακριβώς τη στιγμή το προσπερνά το λεωφορείο Α. Τελικά τα δύο λεωφορεία φτάνουν στην Πάτρα ταυτόχρονα στις 16:30.



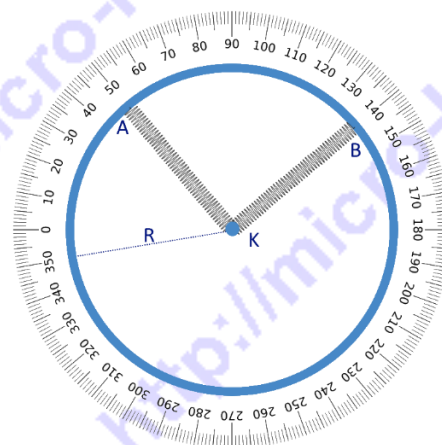
Θεωρώντας πως τα δύο λεωφορεία ακολούθησαν την ίδια ακριβώς διαδρομή, χρησιμοποίησε ένα από τα σύμβολα  $<$ ,  $>$  ή  $=$  για να συγκρίνεις στο φύλλο απαντήσεων τις μέσες ταχύτητες  $v_{\mu A}$  και  $v_{\mu B}$  των δύο λεωφορείων για κάθε ένα από τα χρονικά διαστήματα που αναφέρονται.



**A2.** Οι μαθητές ενός σχολείου προσπαθούν να κατασκευάσουν μια βάση στήριξης ενός μικροφώνου με το οποίο θα καταγράψουν ηχητικά μια εκδήλωση. Όπως έχουν διαπιστώσει με πειραματισμούς, αλλά και από την αναζήτηση που έκαναν, είναι προτιμότερο το μικρόφωνο να στηριχτεί σε μια βάση η οποία μειώνει τους κραδασμούς του. Για το σκοπό αυτό κατασκεύασαν δυο μεταλλικούς δακτυλίους, με διαφορετικές ακτίνες. Στον μικρότερο δακτύλιο θα τοποθετηθεί το μικρόφωνο, ενώ στον μεγαλύτερο θα υπάρχει εξωτερική υποδοχή για τη στερέωση στη βάση ανάρτησης και εσωτερικά σημεία για τη στερέωση του μικρότερου δακτυλίου με ελατήρια. Στο πρώτο σχήμα απεικονίζονται δυο όψεις της κατασκευής, χωρίς να φαίνονται τα ελατήρια στερέωσης.



Στο δεύτερο σχήμα φαίνεται ο εξωτερικός δακτύλιος, προσαρμοσμένος σε μια γωνιομετρική κλίμακα (μοιρογνωμόνιο). Για διευκόλυνση των υπολογισμών θεώρησε την ακτίνα του εξωτερικού δακτυλίου  $R$  ίση με  $10\text{ cm}$ . Θεώρησε επίσης τις διαστάσεις του εσωτερικού δακτυλίου και του μικροφώνου (σημείο  $K$ ) μηδενικές. Από τα σημεία  $A$  και  $B$  συγκρατούνται δυο ίδια ελατήρια σταθεράς  $k = 250\text{ N/m}$  και φυσικού μήκους  $l_0 = 6\text{ cm}$ . Τα δυο αυτά ελατήρια προσδένονται σταθερά στον εσωτερικό δακτύλιο (σημείο  $K$ ).



Για τη στερέωση του μικροφώνου θα προστεθεί μόνο άλλο ένα ελατήριο που θα συνδέει το σημείο  $K$  με σημείο έστω  $\Gamma$  του εξωτερικού δακτυλίου.

**A.2.1.** Στο σχήμα που θα βρεις στο φύλλο απαντήσεων σχεδίασε το τρίτο ελατήριο, περιγράφοντας τον τρόπο σκέψης σου.

**A.2.2.** Ποιο είναι το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από το τρίτο ελατήριο στον εσωτερικό δακτύλιο, ώστε αυτός να παραμένει στο κέντρο  $K$ ;

**A.2.3.** Στο εργαστήριο υπάρχουν διαθέσιμα τέσσερα ελατήρια ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ) με τα παρακάτω κατασκευαστικά χαρακτηριστικά:



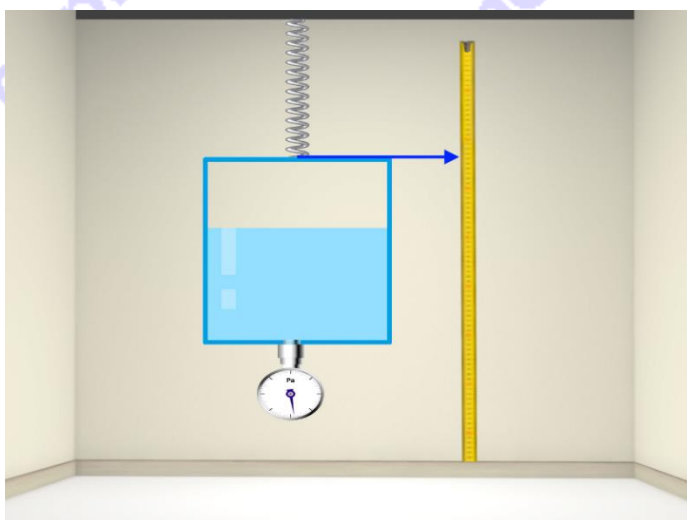
Ελατήριο α	Ελατήριο β	Ελατήριο γ	Ελατήριο δ
$k_\alpha = 350 \frac{N}{m}$	$k_\beta = 600 \frac{N}{m}$	$k_\gamma = 560 \frac{N}{m}$	$k_\delta = 500 \frac{N}{m}$
$l_{0\alpha} = 14 \text{ cm}$	$l_{0\beta} = 8 \text{ cm}$	$l_{0\gamma} = 7,5 \text{ cm}$	$l_{0\delta} = 8 \text{ cm}$

Ποιο από τα παραπάνω ελατήρια θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί από τους μαθητές για να επιτύχουν τον σκοπό τους; Γιατί;

Κατά τους υπολογισμούς σου μπορείς να λάβεις υπόψη σου τη σχέση για τις τετραγωνικές ρίζες θετικών αριθμών  $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$  και ότι  $\sqrt{2} \cong 1,4$  και  $\sqrt{200} \cong 14$ .

### ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Δύο μαθητές της Β' Γυμνασίου προσπάθησαν να υπολογίσουν τη σταθερά  $k$  ενός ελατηρίου, το οποίο ήταν στερεωμένο ακλόνητα στην οροφή του Εργαστηρίου Φυσικής. Δυστυχώς δεν είχαν στη διάθεσή τους κάποιο δυναμόμετρο ή πρότυπες μάζες.



Έτσι πραγματοποίησαν τη διάταξη του σχήματος. Ανάρτησαν, στο αρχικά ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, ένα δοχείο κυβικού σχήματος με μάζα  $m = 4,8 \text{ Kg}$  και ακμή  $a = 20 \text{ cm}$ . Στον

πυθμένα του δοχείου προσάρτησαν μανόμετρο μάζας  $m = 0,2 \text{ Kg}$ , το οποίο μετρούσε μόνο την υδροστατική πίεση και το εύρος μετρήσεων που μπορούσε να λάβει ήταν από 0 έως  $8.000 \text{ Pa}$ . Ένας δείκτης (πρακτικά αμελητέας μάζας) τοποθετήθηκε οριζόντια στο κάτω άκρο του ελατηρίου και μια μετροταινία στηρίχθηκε παράλληλα με το ελατήριο.

Ο πειραματισμός περιλάμβανε τρεις διαδοχικές φάσεις. Σε κάθε μία οι μαθητές πρόσθεταν μια ποσότητα νερού στο δοχείο και κατέγραφαν την επιμήκυνση του ελατηρίου  $\Delta x \text{ (cm)}$  και την ένδειξη του μανόμετρου  $P \text{ (Pa)}$ . Οι μετρήσεις τους παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Φάση	$\Delta x \text{ (cm)}$	$P \text{ (Pa)}$
Προσάρτηση Δοχείου	16	0
1 <sup>η</sup>	27	800
2 <sup>η</sup>	31	1200
3 <sup>η</sup>	42	1800



1. Παρατηρώντας τις τιμές του πίνακα, μπορείς να συμπεράνεις σε ποια από τις τρεις φάσεις οι μαθητές πρόσθεσαν τη μικρότερη ποσότητα νερού; Αιτιολόγησε την απάντησή σου.
2. Ποια είναι η μέγιστη τιμή πίεσης που θα μπορούσε να καταγράψει το μανόμετρο αν οι μαθητές συνέχιζαν να προσθέτουν νερό συνεχώς; Γιατί;
3. Συμπλήρωσε τα στοιχεία που λείπουν από τον πίνακα στο φύλλο απαντήσεων, δείχνοντας τους υπολογισμούς σου.
4. Χρησιμοποιώντας τις τιμές του πίνακα, σχεδίασε το διάγραμμα δύναμης – επιμήκυνσης του ελατηρίου και υπολόγισε τη σταθερά του  $k$ .

Για τους υπολογισμούς σου θεώρησε ως δεδομένα: την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g$  ίση με  $10 \frac{m}{s^2}$  και την πυκνότητα του νερού  $\rho_{νερού} = 10^3 \frac{Kg}{m^3}$ . Ο μαθηματικός τύπος υπολογισμού του όγκου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι ίσος με το γινόμενο του μήκους ( $\alpha$ ) επί το πλάτος ( $\beta$ ) επί το ύψος του ( $\gamma$ ), δηλαδή  $V_{ορθ. \text{ παρ/δου}} = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ .

**Καλή Επιτυχία**



Ενδεικτικές Απαντήσεις

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

A.1.

	Χρονικό Διάστημα	Μέση ταχύτητα του λεωφορείου Α	<, > ή =	Μέση ταχύτητα του λεωφορείου Β
α)	14:00 – 15:30	$v_{\mu A}$	<	$v_{\mu B}$
β)	15:30 – 15:45	$v_{\mu A}$	>	$v_{\mu B}$
γ)	14:00 – 15:45	$v_{\mu A}$	=	$v_{\mu B}$
δ)	14:00 – 16:30	$v_{\mu A}$	=	$v_{\mu B}$

**A.2.1.** Το ελατήριο θα πρέπει να στερεωθεί στο σημείο Γ, στη θέση που αντιστοιχεί στις 275 μοίρες της γωνιομετρικής κλίμακας. Αυτό επειδή τα αρχικά ελατήρια, άρα και οι δυο δυνάμεις που ασκούν στο Κ, έχουν κάθετες διευθύνσεις. Πιο συγκεκριμένα, επειδή τα ελατήρια είναι ίδια σε όλα τους τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά, οι δυο αυτές δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα. Ακόμα και με ένα χάρακα ή τη συμμετρία του σχήματος μπορούμε να δούμε ότι το διάνυσμα της δύναμης θα έχει αρχή το σημείο Κ και το πέρας του θα δείχνει το σημείο 95 μοιρών της γωνιομετρικής κλίμακας. Για να είναι μηδενική η συνισταμένη δύναμη στο Κ θα χρειαστεί μια δύναμη από ένα πρόσθετο τρίτο ελατήριο η οποία θα είναι αντίθετη της συνισταμένης δύναμης των δυο πρώτων ελατηρίων. Άρα το διάνυσμά της θα έχει αρχή το Κ και το πέρας του θα ταυτίζεται με σημείο Γ που είναι το αντιδιαμετρικό του σημείου που βρίσκεται στην ένδειξη των 95° της γωνιομετρικής κλίμακας το σημείο δηλαδή των 275°.

**A.2.2.** Όπως είδαμε στο προηγούμενο ερώτημα, η δύναμη, θα πρέπει να έχει ίδιο μέτρο με τη συνισταμένη των δυο κάθετων δυνάμεων. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι θα πρέπει να βρούμε τη συνισταμένη δύναμη των δυο πρώτων ελατηρίων. Επειδή είναι κάθετες μεταξύ τους έχουμε ότι

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \rightarrow F^2 = (k \cdot x_1)^2 + (k \cdot x_2)^2 \rightarrow F^2 = (250 \cdot 0,04)^2 + (250 \cdot 0,04)^2 \rightarrow F^2 = (10)^2 + (10)^2 \rightarrow F = \sqrt{200} \rightarrow F = \sqrt{2 \cdot 10^2} \rightarrow F = 10\sqrt{2} \rightarrow F \cong 14 N.$$

Άρα η τιμή της δύναμης θα πρέπει να είναι (περίπου) ίση με 14N.

**A.2.3.** Όπως αποδείξαμε στο προηγούμενο ερώτημα η δύναμη που ασκεί το τρίτο ελατήριο θα πρέπει να έχει μέτρο (περίπου) 14N. Δηλαδή, όταν το τρίτο ελατήριο επιμηκυνθεί τόσο ώστε να αποκτήσει μήκος ίσο με 10 cm θα πρέπει να ασκεί δύναμη μέτρου ίσου με 14N (αντίθετης φυσικά φοράς της συνισταμένης των δυνάμεων των δυο πρώτων ελατηρίων). Άρα κατάλληλο είναι το ελατήριο γ, αφού μόνο για αυτό ισχύει  $F_\gamma = k_\gamma \cdot x \Rightarrow F_\gamma = 560 \frac{N}{m} \cdot (0,1 - 0,075)m \Rightarrow F_\gamma = 14N.$



### ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1. Στην 1<sup>η</sup> φάση, καθώς εκεί είχαμε τη μεγαλύτερη μεταβολή μήκους του ελατηρίου λόγω προσθήκης νερού.
2. Το μέγιστο ύψος που μπορεί να φτάσει το νερό είναι 0,2m. Άρα η μέγιστη τιμή της υδροστατικής πίεσης θα είναι  $P = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 10 \cdot 0,2 \text{ Pa} = 2000 \text{ Pa}$ .
- 3.

$\Delta x \text{ (cm)}$	$P \text{ (Pa)}$	$V_{\text{νερού}} \text{ (m}^3\text{)}$	$F_{\text{ελατηρίου}} \text{ (N)}$
16	0	0,0000	50
27	800	0,0032	82
31	1200	0,0048	98
42	1800	0,0072	122

Στη πρώτη φάση έχουμε:

$$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{800}{10^3 \cdot 10} \text{ m} = 0,08 \text{ m}$$

$$V = \alpha \cdot \alpha \cdot h = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,08 \text{ m}^3 = 0,0032 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 10^3 \cdot 0,0032 \text{ kg} = 3,2 \text{ kg}$$

$$F_{\text{ελατηρίου}} = B = m \cdot g = (4,8 + 0,2 + 3,2) \cdot 10 \text{ N} = 82 \text{ N}$$

Αντιστοίχως στη δεύτερη φάση έχουμε

$$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{1200}{10^3 \cdot 10} \text{ m} = 0,12 \text{ m}$$

$$V = \alpha \cdot \alpha \cdot h = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,12 \text{ m}^3 = 0,0048 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 10^3 \cdot 0,0048 \text{ kg} = 4,8 \text{ kg}$$

$$F_{\text{ελατηρίου}} = B = m \cdot g = (4,8 + 0,2 + 4,8) \cdot 10 \text{ N} = 98 \text{ N}$$

Και στην τρίτη φάση

$$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{1800}{10^3 \cdot 10} \text{ m} = 0,18 \text{ m}$$

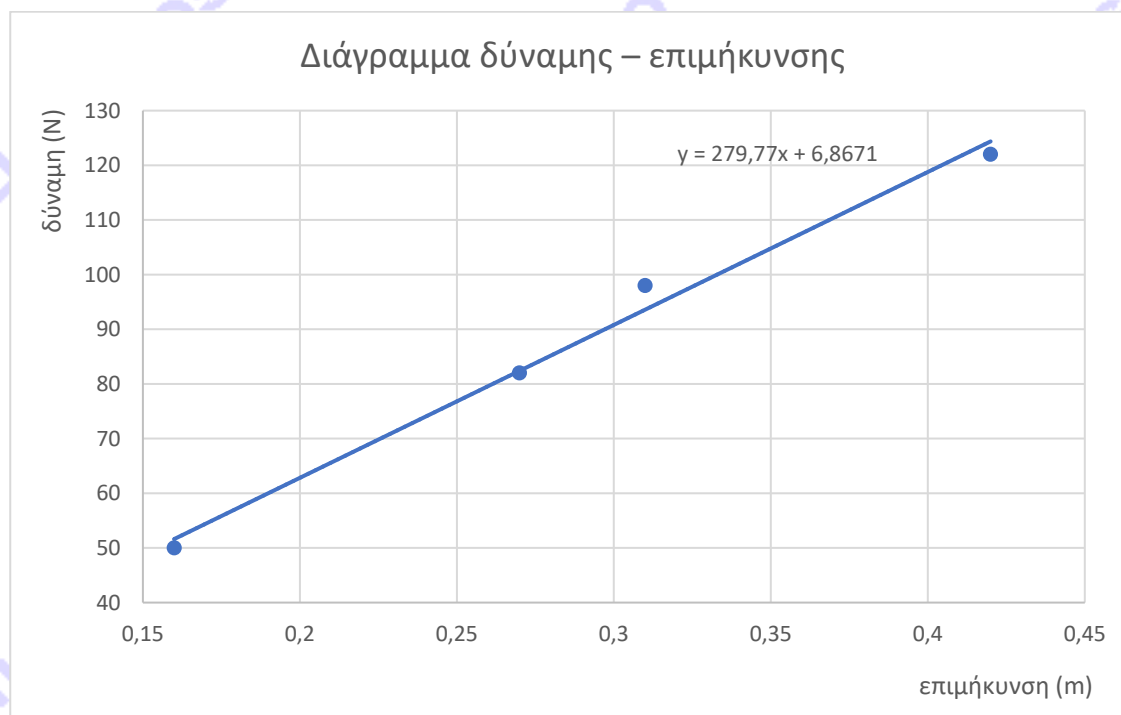
$$V = \alpha \cdot \alpha \cdot h = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,18 \text{ m}^3 = 0,0072 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 10^3 \cdot 0,0072 \text{ kg} = 7,2 \text{ kg}$$

$$F_{\text{ελατηρίου}} = B = m \cdot g = (4,8 + 0,2 + 7,2) \cdot 10 \text{ N} = 122 \text{ N}$$



4. Η σταθερά του  $k$  ελατηρίου είναι περίπου ίση (λόγω σφαλμάτων) με  $280 \frac{N}{m}$ .



### Προτεινόμενη βαθμολογία

#### Θεωρητικό μέρος

A1.: 15

A.2.1.: 15

A.2.2.: 15

A.2.3.: 15

#### Πειραματικό μέρος

1. 5

2. 5

3. 15

4. 5 ο υπολογισμός της  $k$

5 η κατασκευή του διαγράμματος. Ενδεικτικά:

2 μόρια για επιλογή κλίμακας αξόνων που οδηγεί σε κεντραρισμένο γράφημα

1 μόριο για αναγραφή συμβόλων και μονάδων φυσικών μεγεθών στους άξονες.

1 μόριο για ορθή αποτύπωση πειραματικών σημείων.

1 μόριο για χάραξη της ευθείας