

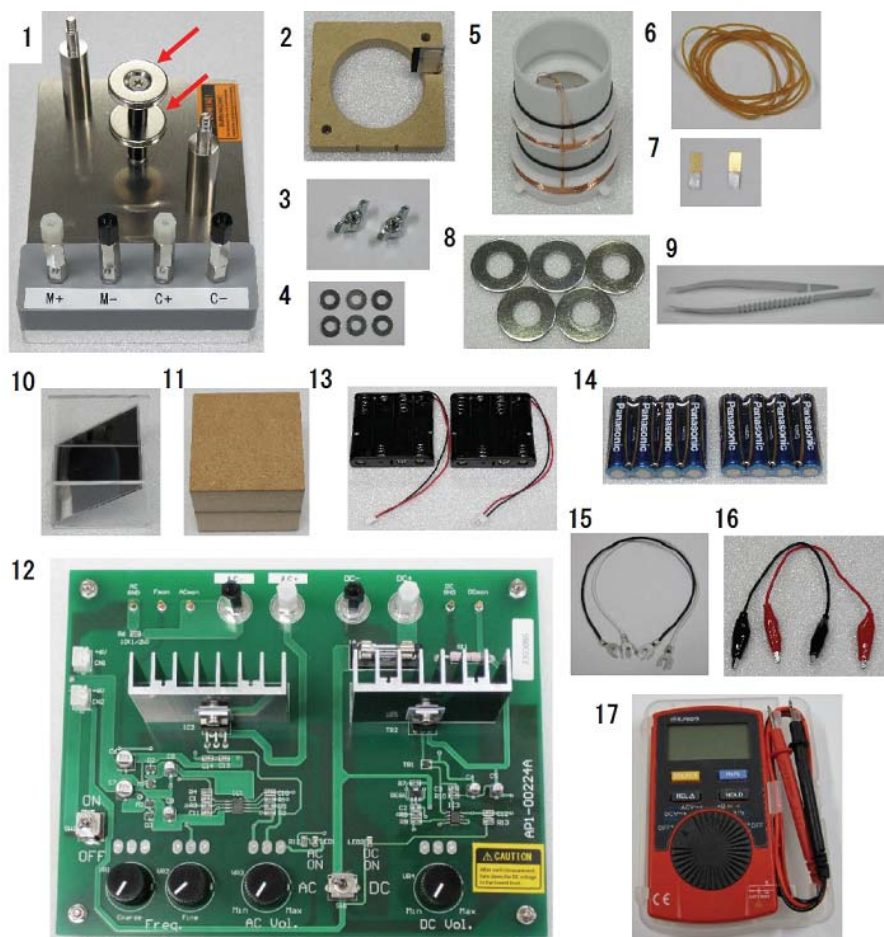
## Μέτρηση μάζας (10 μονάδες)

Στόχος αυτού του πειράματος είναι η μέτρηση της μάζας ενός συγκεκριμένου σώματος.

Η μέτρηση της μάζας του σώματος αυτού θα προκύψει από τα χαρακτηριστικά συντονισμού της αρμονικής ταλάντωσής του.

### Πειραματική διάταξη

Ακολουθεί ο κατάλογος των μερών της διάταξης (Σχ. 1). Στην περίπτωση που ένα μέρος αποτελείται από δύο ή περισσότερα κομμάτια ο αριθμός των κομματιών δηλώνεται ανάμεσα σε αγκύλες [ ].



Σχήμα 1: Τα μέρη της πειραματικής διάταξης.

1. Βάση τοποθέτησης:

**Σημείωση:** ο μαγνήτης που είναι τοποθετημένος στη βάση δημιουργεί ένα ομογενές ανεξαρτήτως του ύψους μαγνητικό πεδίο με δυναμικές γραμμές ομόκεντρους κύκλους σε σημεία που απέχουν κατακόρυφα το πολύ  $\pm 3$  mm από το κέντρο του ζεύγους των δύο μαγνητών.

2. Στήριγμα ταλαντωτή
3. Βίδες [2]:

**Σημείωση:** Αφαιρέστε τα μέρη 2 (βίδες) και 3 (στήριγμα ταλαντωτή) από το μέρος 1 (βάση) στη συσκευασία που παραλάβετε.

4. Ροδέλες [6]
5. Κυλινδρικός ταλαντωτής
6. Λαστιχάκια [6]
7. Δείκτες [2]
8. Σταθμά [5]
9. Λαβίδα
10. Καθρέφτης
11. Μπλόκ για αύξηση του ύψους
12. Τροφοδοτικό τάσης-ρεύματος (PS):

Η επιλογή Λειτουργίας DC ή AC είναι διαθέσιμη.

Στη λειτουργία DC, το τροφοδοτικό λειτουργεί ως πηγή ρεύματος σταθερής έντασης. Περιστρέψτε το κουμπί με την ένδειξη "DC Vol" για να ρυθμίσετε την ένταση του ρεύματος. Η ένταση του ρεύματος λαμβάνεται από την τάση μεταξύ "DCmon" και "DC GND" χρησιμοποιώντας τον συντελεστή μετατροπής 1.00 A/V.

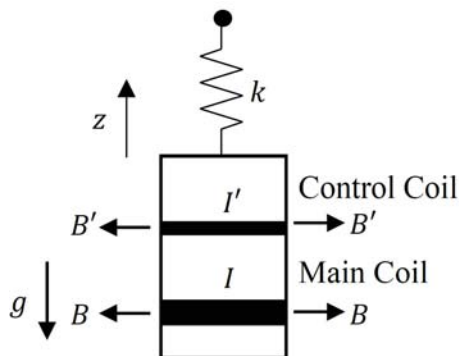
Στη λειτουργία AC, το τροφοδοτικό λειτουργεί ως πηγή εναλλασσόμενης τάσης με σταθερό πλάτος. Περιστρέψτε το κουμπί "AC Vol" για να ρυθμίσετε την τιμή της τάσης. Το AC ρεύμα λαμβάνεται από την AC τάση μεταξύ "ACmon" και "AC GND" χρησιμοποιώντας τον συντελεστή μετατροπής 0.106 A/V. Η συχνότητα (Freq.) μπορεί να ρυθμιστεί χρησιμοποιώντας τα κουμπιά ρύθμισης "Coarse" και "Fine".

13. Θήκες για μπαταρίες [2]
14. Μπαταρίες [8]
15. Καλώδια με ακροδέκτες σχήματος U [2]
16. Καλώδια με κροκοδειλάκια [2]
17. Ψηφιακό πολύμετρο (DMM):

Περιστρέψτε το κουμπί για να επιλέξετε μια κατάλληλη λειτουργία μέτρησης, "DCV" συνέχης τάσης, "ACV" εναλλασσόμενη τάση και "Hz" συχνότητα. Σημειώστε ότι η εμφανιζόμενη τιμή της τάσης εναλλασσόμενου ρεύματος δείχνει τη μέση τετραγωνική τιμή (RMS), δηλαδή την ενεργό τιμή.

### Μοντελοποίηση του συστήματος

Στο Σχήμα 2 απεικονίζεται ένα απλουστευμένο μοντέλο της πειραματικής διάταξης. Πρόκειται ουσιαστικά για έναν ταλαντωτή ο οποίος αποτελείται από μια μάζα αναρτημένη σε κατακόρυφο ελατήριο.



Σχήμα 2: Μοντέλο αρμονικού ταλαντωτή.

- $M$ : μάζα του ταλαντωτή (σχήμα κυλίνδρου)
- $m$ : μάζα ανά τεμάχιο σταθμών
- $N$ : ο αριθμός των σταθμών
- $g$ : επιτάχυνση της βαρύτητας
- $k$ : ενεργός σταθερά ελατηρίου για την κατακόρυφη κίνηση
- $z$ : Κατακόρυφη θέση (ή απομάκρυνση) του ταλαντωτή
- $z_e$ : Κατακόρυφη θέση του ταλαντωτή στην οποία υπάρχει ισορροπία χωρίς παρουσία βαρυτικών και ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων.
- $B(B')$ : μαγνητικό πεδίο που εφαρμόζεται στο κυρίως πηνίο (πηνίο ελέγχου)
- $L(L')$ : μήκος του αγώγιμου σύρματος του κυρίως πηνίου (πηνίο ελέγχου)
- $I(I')$ : η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κυρίως πηνίο (πηνίο ελέγχου)
- $\alpha$ : θετικός συντελεστής της δύναμης αντίστασης (οπισθέλκουσα)

Η εξίσωση της κίνησης δίνεται από τη σχέση:

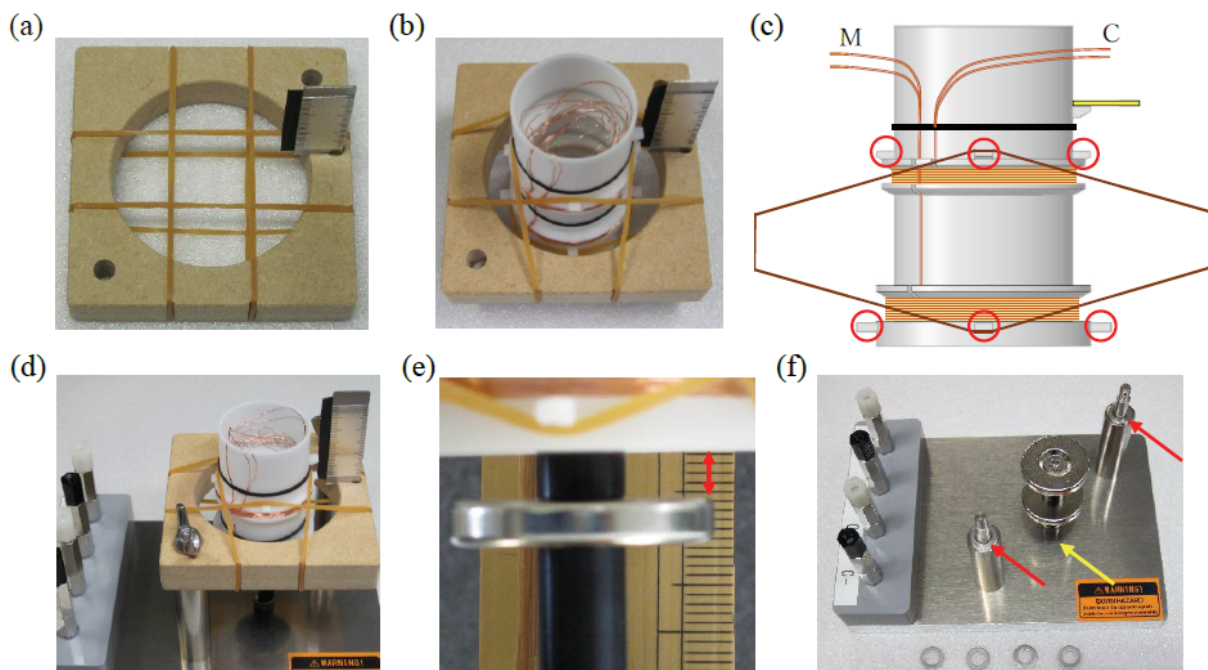
$$(M + Nm) \frac{d^2 z}{dt^2} = -(M + Nm)g - k(z - z_e) + BLI + B'L'I' - \alpha \frac{dz}{dt}. \quad (1)$$

### Εγκατάσταση του ταλαντωτή

1. Αφαιρέστε το στήριγμα από τη βάση τοποθέτησης. Τυλίξτε τεσσера λαστιχάκια γύρω από το στήριγμα με τρόπο που να δημιουργηθεί ένα πλέγμα όπως φαίνεται στο σχήμα Σχ. 3(a).
2. Τοποθετήστε τον κυλινδρικό ταλαντωτή από την πλευρά της κλίμακας στο τετράγωνο άνοιγμα ανάμεσα στα διασταυρωμένα λαστιχάκια. Τοποθετήστε τα καλώδια του σύρματος στην άλλη πλευρά της κλίμακας. (Σχ.3 β)).
3. Ο ταλαντωτής έχει σχεδιαστεί για να είναι αναρτημένος στο στήριγμα με τέσσερα λαστιχάκια και οκτώ μικρά άγκιστρα όπως φαίνεται στο σχήμα 3(c) με τις κόκκινες κυκλικές επισημάνσεις. Όταν ο ταλαντωτής τοποθετηθεί με το σωστό τρόπο τότε στην πλάγια όψη το κάθε λαστιχάκι σχηματίζει μαζί με ένα άγκιστρο πάνω από το επίπεδο στήριξης και ένα άγκιστρο κάτω από το επίπεδο στήριξης έναν κομμένο ρόμβο όπως φαίνεται στο σχήμα Σχ. 3(c).

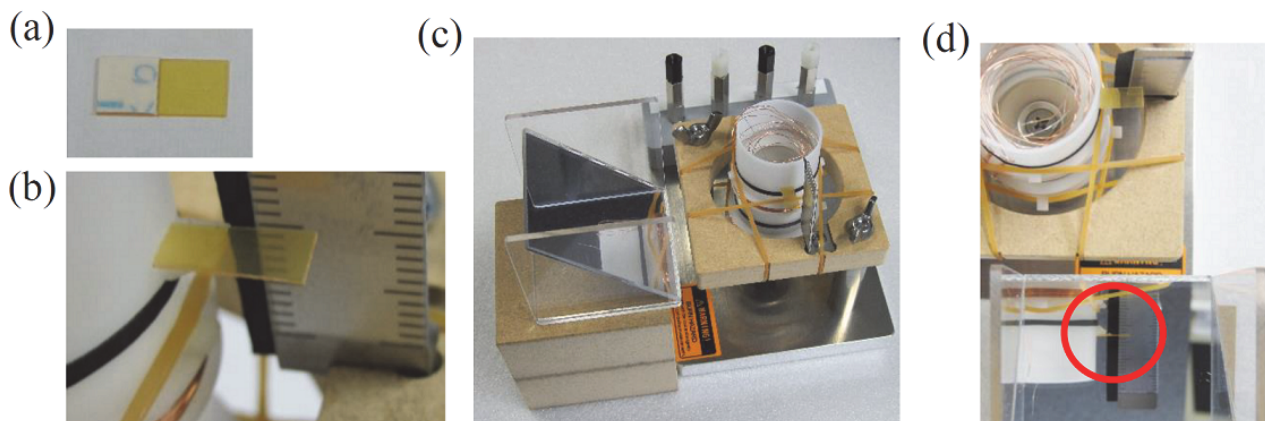
**Σημείωση:** Σε αυτό το πείραμα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η πραγματική δύναμη που ασκείται από τα λαστιχάκια στον ταλαντώτη υπακούει στο νόμο του Hooke.

4. Επανατοποθετήστε το στήριγμα με τον ταλαντώτη στους δύο στύλους που βρίσκονται διαγώνια διατεταγμένοι στη βάση και σερεώστε το βιδώνοντας τις δύο βίδες (πεταλούδες) στους στύλους όπως φαίνεται στο σχήμα 3 (d).
  5. Τοποθετήστε τον ταλαντωτή σε όρθια θέση. Ο άξονας του ταλαντώτη θα πρέπει να είναι ευθυγραμμισμένος κατακόρυφα και να συμπίπτει με τον άξονα του μαγνήτη.
  6. Το κυρίως πηνίο, όταν είναι σε ηρεμία, θα πρέπει να βρίσκεται κοντά στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο μαγνητών. Στην περίπτωση αυτή η απόσταση μεταξύ της άνω επιφάνειας του κάτω μαγνήτη και της κάτω επιφάνειας του ταλαντωτή πρέπει να είναι από 3 έως 5 mm (σχήμα Σχ. 3(e) κόκκινο βέλος). Εάν η απόσταση αυτή είναι μικρότερη από 3mm, τοποθετήστε ροδέλες μεταξύ των στύλων και του στηρίγματος όπως φαίνεται με κόκκινα βέλη στο σχήμα Σχ. 3(f) για να αυξηθεί.
- Εάν η απόσταση αυτή είναι μεγαλύτερη από 5mm, ξεβιδώστε τον πόλο του μαγνήτη για να τον αφαιρέσετε και προσθέστε ροδέλα κάτω από τον πόλο του μαγνήτη όπως φαίνεται με κίτρινο βέλος στο σχήμα Σχ. 3(f) για να μειωθεί.
7. Ξεκollήστε το χαρτί από την κολλητική ταινία διπλής όψης όπως φαίνεται στο σχήμα Σχ. 4(a) έτσι ώστε η μια της επιφάνεια να κολλήσει στον κίτρινο δείκτη και η άλλη στην μικρή προεξοχή του κυλίνδρου που βρίσκεται μπροστά από τον μικρό μεταλλικό χάρακα. Με τον τρόπο αυτό θα στερεώσετε τον κίτρινο δείκτη στην μικρή εξοχή του κυλίνδρου όπως φαίνεται στο σχήμα Σχ. 4(b) για να μπορείτε να μετράτε το ύψος στο οποίο βρίσκεται ο δείκτης.
  8. Τοποθετήστε τον καθρέφτη στο μπλοκ ρύθμισης ύψους ή ανύψωσης (Σχ. 4(g)). Να φροντίσετε να βλέπετε καθαρά τη θέση του δείκτη από ψηλά μέσω του καθρέφτη (Σχ. 4(d) κόκκινος κύκλος).



Σχήμα 3: Εγκατάσταση του ταλαντωτή.



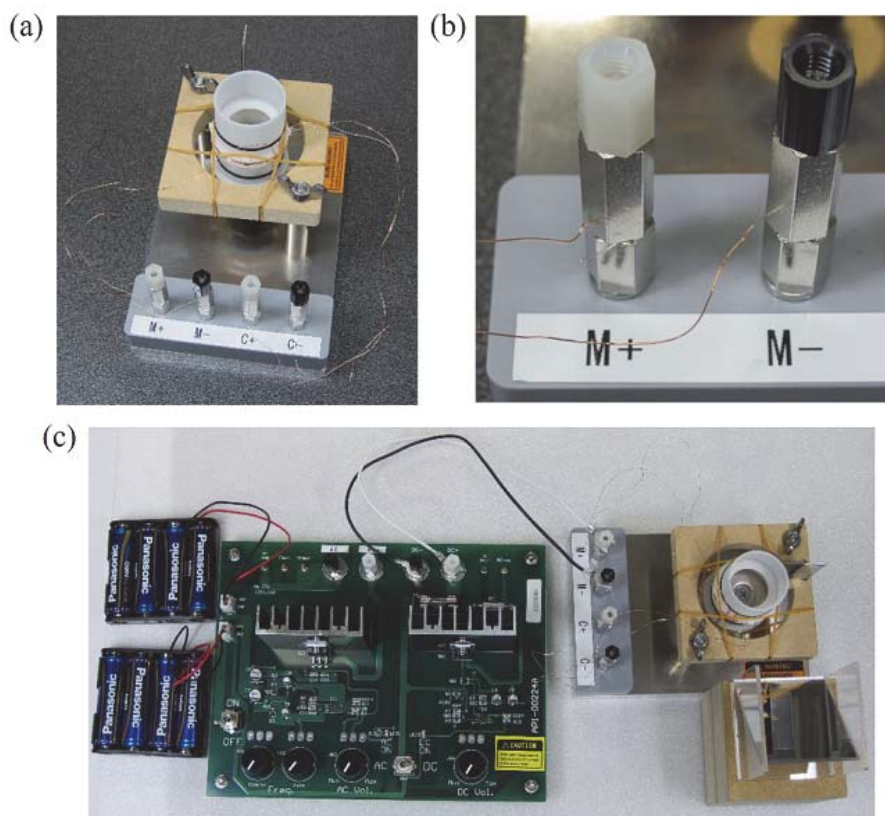


Εικόνα 4: Εγκατάσταση του δείκτη και του καθρέφτη.

### Καλωδίωση

1. Εντοπίστε και τραβήξτε απαλά το σωστό ζεύγος καλωδίων που οδηγούν στα κύρια πηνία (M) και στα πηνία ελέγχου (C) (Σχ.3(c)) από το εσωτερικό του ταλαντωτή (Σχ.3(b)). Ελέγξτε αν το σμάλτο έχει αποκολληθεί από τα ελεύθερα άκρα.
2. Χαλαρώστε τη βίδα στα συνδετικά M+ και M- για να αφήσετε κενά. Χρησιμοποιήστε τα χαμηλότερα κενά για την καλωδίωση (Σχ. 5(α), (β)). Ο έλεγχος πολικότητας θα ακολουθήσει σύντομα.
3. Καλωδιώστε με τον ίδιο τρόπο τους πόλους σύνδεσης με τις ενδείξεις C+ και C-. (Οποιαδήποτε πολικότητα είναι αποδεκτή.)
4. Τοποθετήστε τις μπαταρίες στις θήκες μπαταριών και ασφαλίστε τις συνδέσεις με το τροφοδοτικό (CN1, CN2) (Σχ. 5(γ)).
5. Συνδέστε τους πόλους πρόσδεσης M+ και M- με την έξοδο DC (DC+ και DC-) στο τροφοδοτικό χρησιμοποιώντας τα καλώδια ακροδεκτών σχήματος U.
6. Να επιλέξετε τη DC λειτουργία και μετά να ενεργοποιήσετε το PS.
7. Γυρίστε το κουμπί "DC Vol." για να ρυθμίσετε το ρεύμα. Ελέγξτε αν ο ταλαντωτής κινείται προς τα πάνω κατά 2 mm ή υψηλότερα. Αν κινείται προς τα κάτω, αλλάξτε τα καλώδια για αντιστροφή της πολικότητας και δοκιμάστε ξανά.

**Προσοχή: Καυτά μέρη. Προσέξτε τα πηνία και τους μαγνήτες. Μειώστε την έξοδο DC στο ελάχιστο στο τέλος κάθε βήματος.**



Σχήμα 5: (α), (β) Ακροδέκτες σύνδεσης, (γ) Ολόκληρη η διάταξη συνδεδεμένη με το τροφοδοτικό και τις μπαταρίες.

### Δοκιμή ταλαντωτή

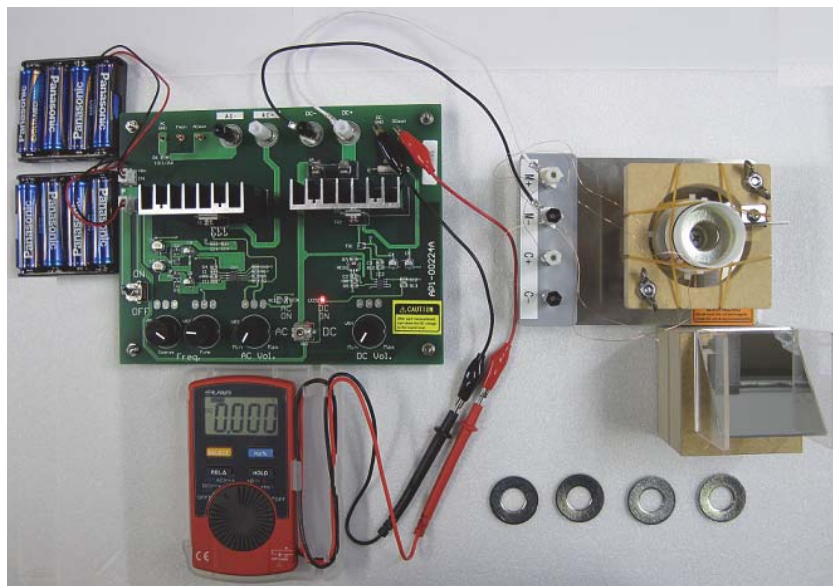
1. Συνδέστε τους πόλους πρόσδεσης M+ και M- στην έξοδο AC (AC+ και AC-) με τα καλώδια των ακροδεκτών
2. Να επιλέξετε την AC λειτουργία και μετά να ενεργοποιήσετε το τροφοδοτικό.
3. Γυρίστε το κουμπί με την ένδειξη "AC Vol." δεξιόστροφα ξεκινώντας από το ελάχιστο μέχρι ένα τέταρτο της στροφής. Να ρυθμίσετε τη συχνότητα με το κουμπί ελέγχου "Coarse" για να ξεκινήσει η ταλάντωση.
4. Ρυθμίστε την τάση εξόδου AC και τη συχνότητα ώστε η ταλάντωση να έχει πλάτος περίπου  $A = 3\text{ mm}$  (Σχ. 6). Εάν η ταλάντωση είναι ασταθής, προσαρμόστε τις ρυθμίσεις του ταλαντωτή ανάλογα με την περίπτωση.
5. Αποσυνδέστε τα M+ και M- και συνδέστε τους πόλους σύνδεσης C+ και C- στην AC έξοδο
6. Ενεργοποιήστε το τροφοδοτικό και επανεκκινήστε την ταλάντωση.



Σχήμα 6: Συμπεριφορά ταλάντωσης όπως φαίνεται μέσα από τον καθρέφτη.

### Μέρος Α. Νόμος του Hooke και ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις (2,4 μονάδες)

- |            |  |        |
|------------|--|--------|
| <b>A.1</b> | Σχεδιάστε στο φύλλο απαντήσεων τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούνται από τους δύο πανομοιότυπους μαγνήτες σε σχήμα δίσκου με τους πόλους τους N να είναι αντικριστοί.   | 0.4 pt |
| <b>A.2</b> | <p>Συνδέστε τους πόλους M+ και M- με την έξοδο DC. Συνδέστε το πολύμετρο DMM με τους ακροδέκτες για μετρήσεις DC ρεύματος χρησιμοποιώντας τα καλώδια με κροκοδειλάκια (Σχ. 7).</p> <p>Διαβάστε το ύψος του ταλαντωτή <math>z</math> για μηδενικό DC ρεύμα χωρίς βάρος, δηλαδή <math>N = 0</math>. Καταγράψτε το στον <b>πίνακα A.2</b>.</p> <p>Τοποθετήστε ένα βάρος (<math>N = 1</math>) σε ένα κυκλικό ράφι που κρέμεται από το εσωτερικό τοίχωμα του κυλίνδρου και καταγράψτε το ύψος <math>z</math> στο οποίο ο ταλαντωτής ισορροπεί.</p> <p>Ποιο είναι το DC ρεύμα <math>I</math> που διαρρέει το κύριο πηνίο για να επαναφέρει τον ταλαντωτή στο σημείο που βρισκόταν χωρίς βάρος;</p> <p>Επαναλάβετε τις μετρήσεις με αυξανόμενο <math>N</math> μέχρι το 5 για να συμπληρώσετε τον <b>πίνακα A.2</b>.</p> | 0.6 pt |



Σχήμα 7: Τα καλώδια μετρήσεων του πολύμετρου συνδεδεμένα. Ο ταλαντωτής με ένα βάρος στα δεξιά.

- A.3** Σχεδιάστε μια γραφική παράσταση που δείχνει τη σχέση μεταξύ του πλήθους των σταθμών  $N$  και του ύψους  $z$ . Βρείτε την κλίση  $a = \frac{\Delta z}{\Delta N}$  και την αβεβαιότητά της από τη γραφική παράσταση. 0.7 pt

- A.4** Σχεδιάστε ένα γράφημα που να δείχνει την σχέση μεταξύ του πλήθους των σταθμών  $N$  και του ρεύματος  $I$ . Βρείτε την τιμή του  $b$  που ορίζεται ως  $b = \frac{I}{N}$  και την αβεβαιότητά του από το γράφημα. 0.7 pt

### Μέρος Β. Επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη (3,0 βαθμοί)

- B.1** Ας υποθέσουμε ότι στο πηνίο ελέγχου εφαρμόζεται AC ρεύμα συχνότητας  $f$  χωρίς βάρος. Δεδομένου ότι το ύψος του ταλαντωτή μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο 0.2 pt

$$z - z_0 = A \sin(2\pi ft) \quad (2)$$

όπου  $z_0$  είναι το ύψος για ισορροπία των δυναμεων και  $A$  είναι το πλάτος της ταλάντωσης, γράψτε την έκφραση για το πλάτος  $V$  της επαγόμενης ηλεκτρεγερτικής δύναμης στο κύριο πηνίο.



**B.2** Συνδέστε τους πόλους C+ και C- στην έξοδο AC. Συνδέστε το πολύμετρο DMM στα "Fmon" και "AC GND" για να διαβάσετε τη συχνότητα. Ρυθμίστε τόσο τη συχνότητα εναλλασσόμενου ρεύματος όσο και την τάση εξόδου ώστε να παράγετε μια σταθερή ταλάντωση κατάλληλου πλάτους. Μετρήστε τη συχνότητα  $f_B$  και καταγράψτε την στο φύλλο απαντήσεων. Συνδέστε το DMM με τους πόλους σύνδεσης M+ και M-. Με τη συχνότητα σταθερή, μεταβάλλετε την τάση εξόδου και μετρήστε το πλάτος της ταλάντωσης  $A$  και την τάση εναλλασσόμενου ρεύματος  $V'$  ( $V' = V/\sqrt{2}$ ) που επάγεται στο κύριο πηνίο. Συμπληρώστε τον **πίνακα B.2** ανάλογα με την περίπτωση. 0.5 pt

**B.3** Σχεδιάστε μια γραφική παράσταση που να δείχνει τη σχέση μεταξύ του πλάτους  $A$  και της τάσης  $V'$ . Βρείτε την τιμή του  $c$  που ορίζεται ως  $c = \frac{V'}{A}$  και την αβεβαιότητά του από τη γραφική παράσταση. 0.7 pt

**B.4** Υπολογίστε το  $BL$  και την αβεβαιότητά του χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του **B.3**. 0.4 pt

**B.5** Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των **A.3**, **A.4** και **B.4**, να υπολογίσετε τις τιμές των  $m$  και  $k$  και τις αβεβαιότητές τους. Χρησιμοποιήστε την επιτάχυνση λόγω βαρύτητας,  $g = 9.80 \text{ m/s}^2$  όπου χρειάζεται. 1.2 pt

### Μέρος Γ. Συχνότητα συντονισμού εξαρτώμενη από τη μάζα (2,3 μονάδες)

Για τα παρακάτω πειράματα χρησιμοποιήστε το κύριο πηνίο για να οδηγήσετε τον ταλαντωτή. Αλλάξτε τις συνδέσεις ανάλογα.

**C.1** Γράψτε την έκφραση για τη συχνότητα συντονισμού  $f$  του ταλαντωτή με  $N$  σταθμά. Χρησιμοποιήστε τη σταθερά ελατηρίου  $k'$  κατά τη διάρκεια της κίνησης, η οποία είναι διαφορετική από την  $k$ . 0.2 pt

**C.2** Τροφοδοτήστε τον ταλαντωτή συνδέοντας εναλλασσόμενο ρεύμα στο κύριο πηνίο. Μετρήστε τη συχνότητα συντονισμού  $f$ , για διαφορετικό αριθμό σταθμών, από  $N = 0$  έως 5, και καταγράψτε τις τιμές στον **πίνακα Γ.2**. Αποφύγετε τις αναπηδήσεις των σταθμών. 0.5 pt

**C.3** Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του **Γ.2**, σχεδιάστε μια γραφική παράσταση για να λάβετε τις τιμές  $\frac{M}{k'}$  και  $\frac{m}{k'}$ . Γράψτε τις τιμές που πήρατε στο φύλλο απαντήσεων. Αν χρειαστεί να υπολογίσετε πρόσθετα φυσικά μεγέθη, γράψτε τα στα κενά του **πίνακα Γ.2**. 1.0 pt

**C.4** Ποια είναι η τιμή του  $\frac{M}{m}$ ; Υπολογίστε τα  $M$  και  $k'$  χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του **B.5**. 0.6 pt

**Μέρος Δ. Χαρακτηριστικά συντονισμού (2,3 μονάδες)**

Όταν μια περιοδική δύναμη πλάτους  $F_{AC}$  και συχνότητας  $f$  ασκείται στον ταλαντωτή χωρίς βάρος, το πλάτος ταλάντωσης του  $A$  περιγράφεται καλά από την ακόλουθη σχέση με χαρακτηριστικά συντονισμού:

$$A(f) = \frac{F_{AC}}{8\pi^2 M f_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{(f - f_0)^2 + (\Delta f)^2}}. \quad (3)$$

Εδώ  $\Delta f = \frac{\alpha}{4\pi M}$ . Αυτή η εξίσωση ισχύει μόνο στην περιοχή συχνοτήτων όπου  $|f - f_0| \ll f_0$ .

Σε αυτό το μέρος, τα χαρακτηριστικά συντονισμού χρησιμοποιούνται για να προσδιοριστεί η μάζα του ταλαντωτή,  $M$ , υποθέτοντας ότι η εξίσωση (3) ισχύει πάντα.

- |            |  |        |
|------------|--|--------|
| <b>D.1</b> | Τροφοδοτήστε τον ταλαντωτή με σύνδεση εναλλασσόμενου ρεύματος στο κύριο πηνίο. Ρυθμίστε τη συχνότητα και την τάση εξόδου ώστε να δημιουργηθεί συντονισμός με κατάλληλο πλάτος.<br>Καταγράψτε την τάση εναλλασσόμενου ρεύματος $V'_{AC}$ μεταξύ των "ACmon" και "AC GND" στο φύλλο απαντήσεων.<br>Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του <b>B.4</b> και τον συντελεστή μετατροπής 0.106 A/V, υπολογίστε το πλάτος $F_{AC}$ της περιοδικής ηλεκτρομαγνητικής δύναμης που ασκείται στον ταλαντωτή. | 0.4 pt |
| <b>D.2</b> | Καταγράψτε στον <b>πίνακα Δ.2</b> το πλάτος $A$ της ταλάντωσης καθώς μεταβάλλεται η συχνότητα $f$ . Το πλάτος $F_{AC}$ της εφαρμοζόμενης δύναμης πρέπει να διατηρείται σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια της μέτρησης.<br>Σχεδιάστε μια γραφική παράσταση που να δείχνει τη σχέση μεταξύ της συχνότητας $f$ και του πλάτους $A$ .   | 0.9 pt |
| <b>D.3</b> | Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των <b>D.1</b> και <b>D.2</b> , βρείτε το $M$ .  | 1.0 pt |

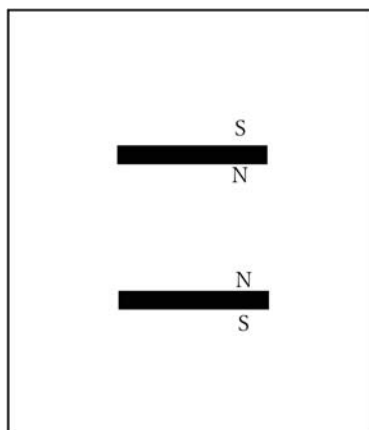
## Μέτρηση μάζας (10 μονάδες)

Σημειώστε τους αριθμούς 0 έως 9 στον ακόλουθο πίνακα:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

## Μέρος A: Ο νόμος του Hooke και οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις (2,4 μονάδες)

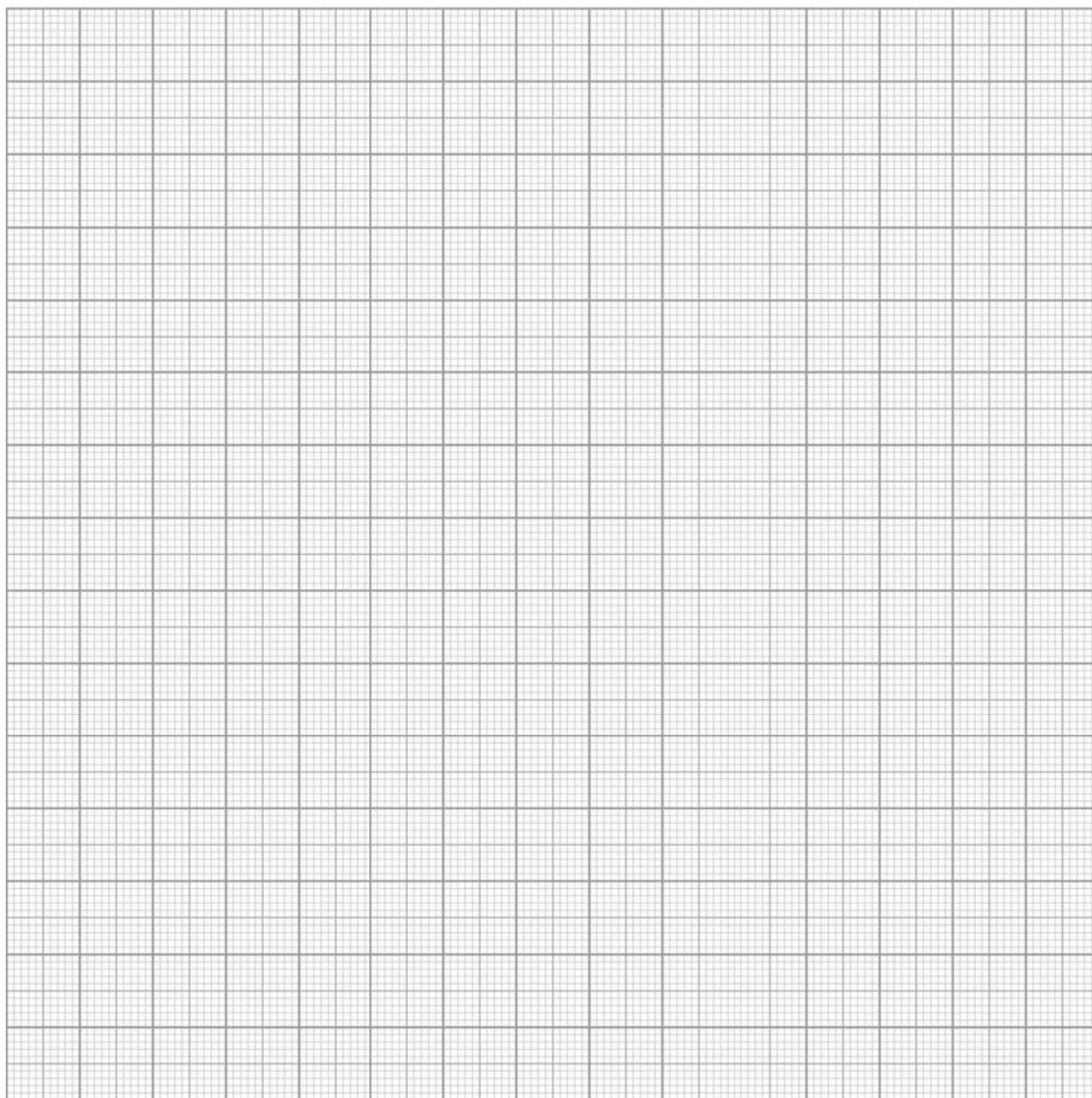
**A.1** (0.4 pt)



**A.2** (0.6 pt)

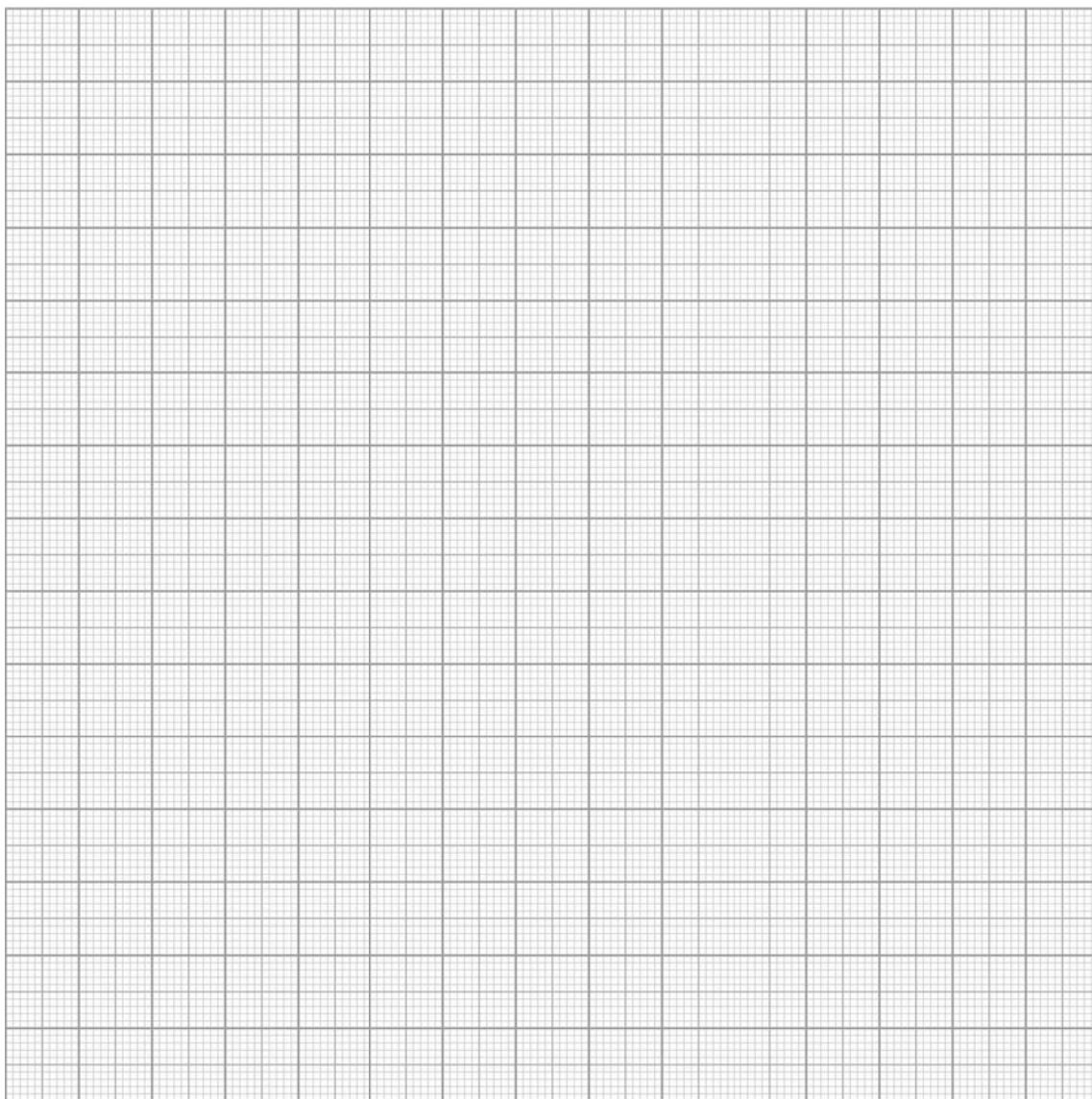
$N$	$z$ /mm	$I$ /A
0		0
1		
2		
3		
4		
5		

**A.3** (0.7 pt)



$a =$

**A.4** (0.7 pt)



$b =$



**Μέρος Β: Επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη (3,0 μονάδες)**

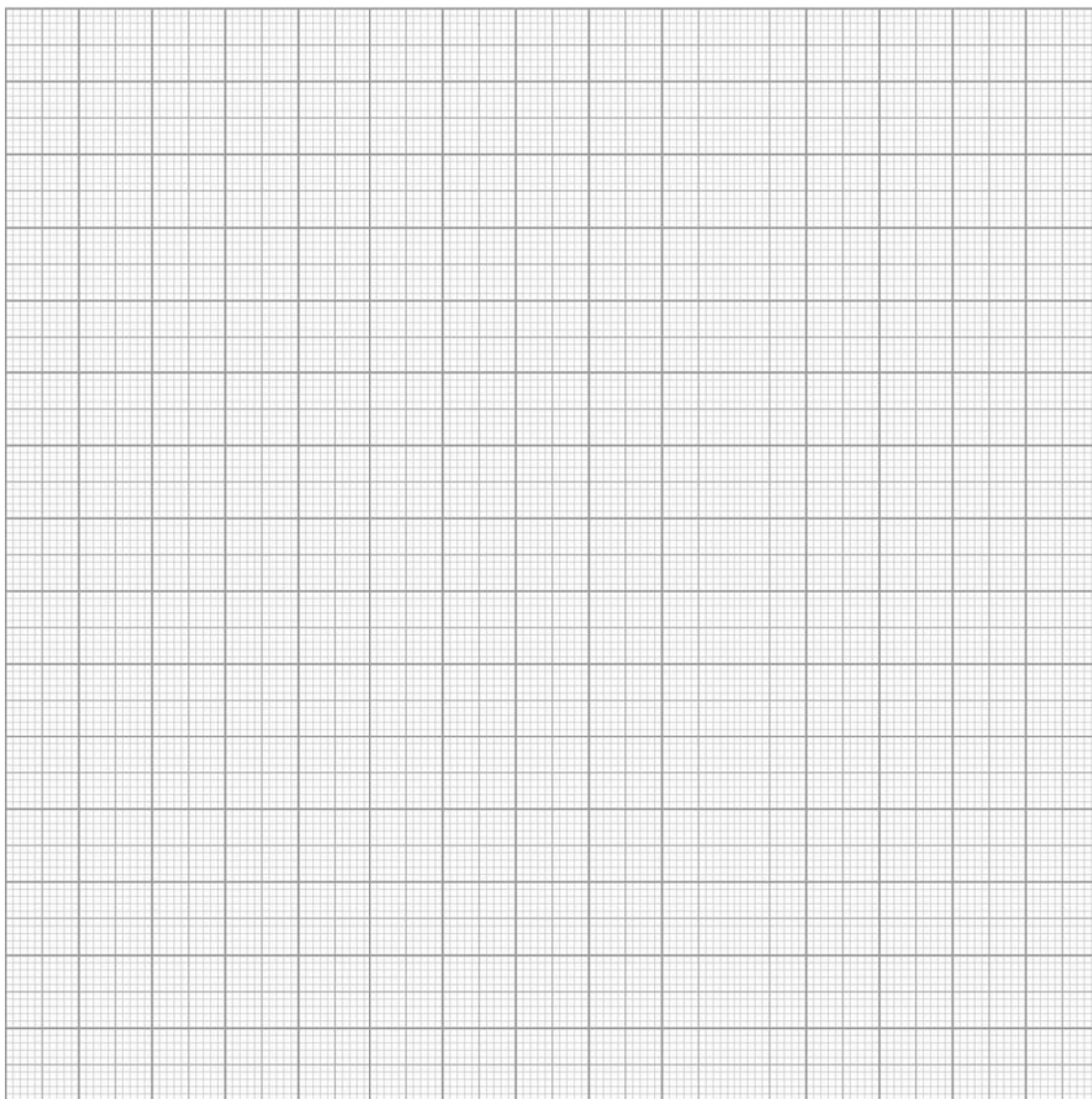
**B.1** (0.2 pt)

$$V =$$

**B.2** (0.5 pt)

$$f_{\mathbf{B}} =$$
[illegible]

**B.3** (0.7 pt)



$c =$

**B.4** (0.4 pt)

$BL =$

**B.5** (1.2 pt)

$m =$

$k =$

## Μέρος Γ: Εξάρτηση της συχνότητας συντονισμού από τη μάζα (2,3 μονάδες)

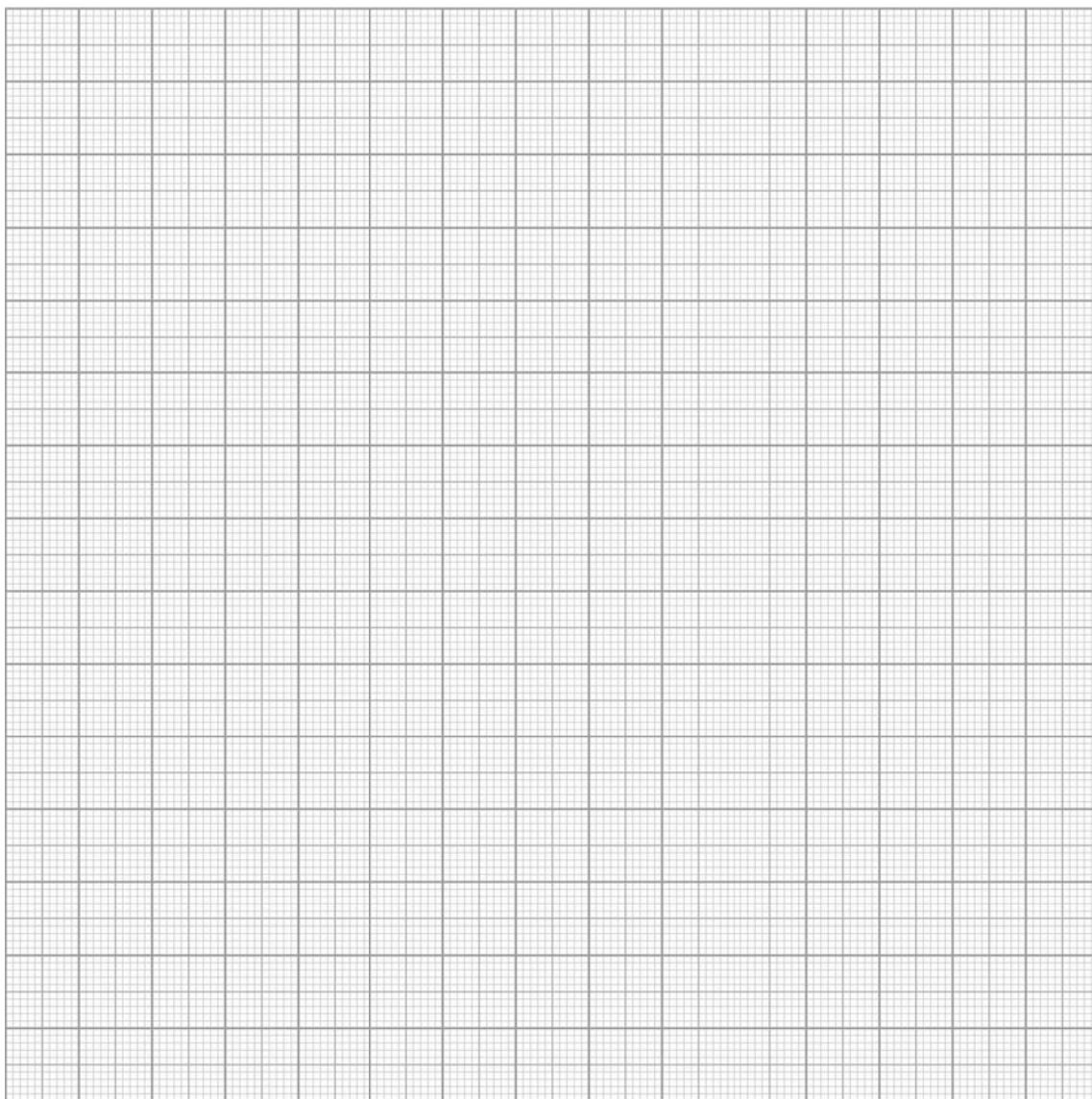
**C.1** (0.2 pt)

$f =$

**C.2** (0.5 pt)

$N$	$f$ /Hz			
0				
1				
2				
3				
4				
5				

**C.3** (1.0 pt)



$$\frac{M}{k'} =$$

$$\frac{m}{k'} =$$



**C.4** (0.6 pt)

$$\frac{M}{m} =$$

$$M =$$

$$k' =$$

**D.1** (0.4 pt)

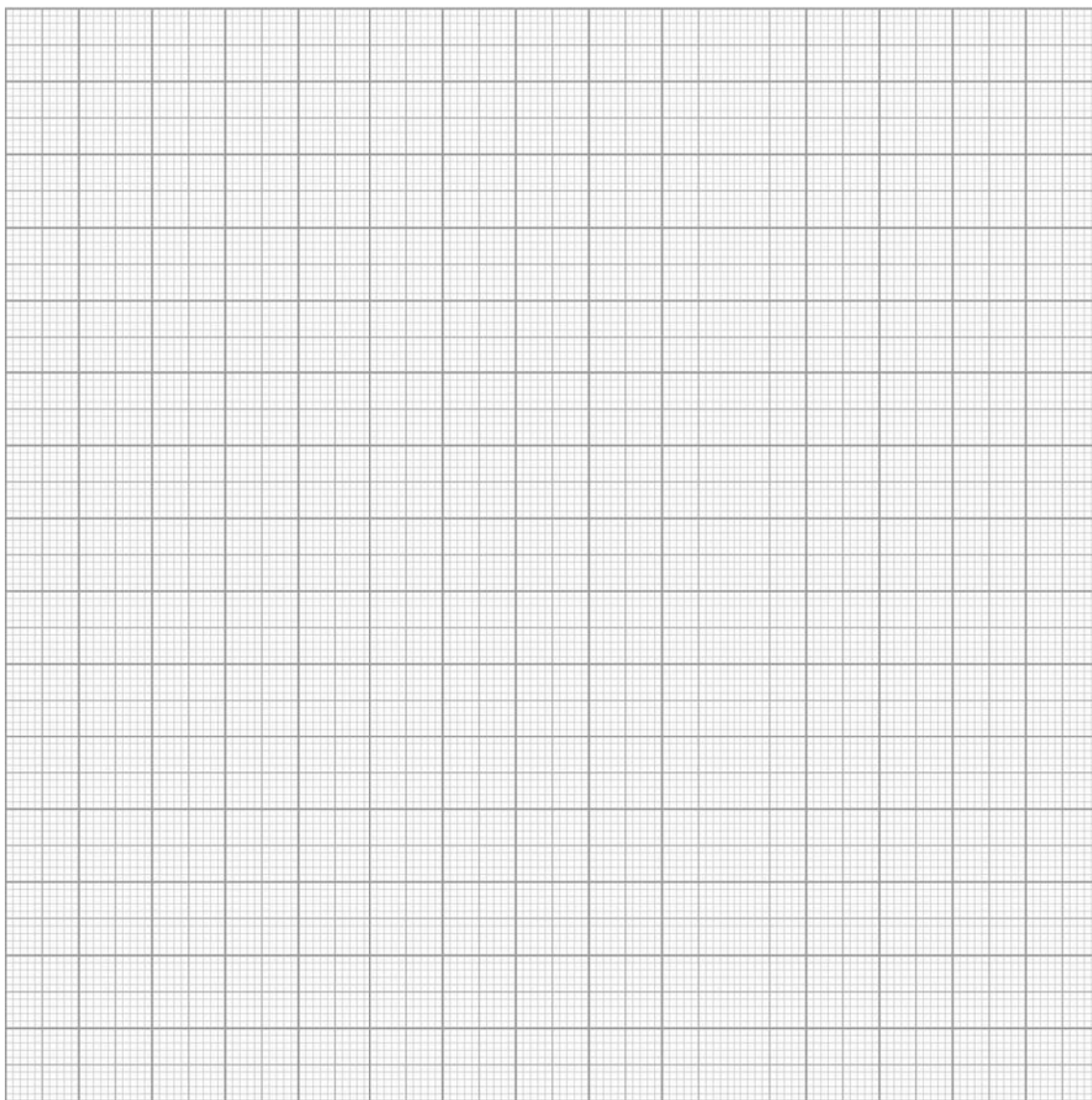
$$V'_{AC} =$$

$$F_{AC} =$$

**D.2** (0.9 pt)

[illegible]

**D.2 (cont.)**



**D.3** (1.0 pt)

$M =$

Experiment



# W1-1

do not write on the back of this page



Experiment



# W1-2

Experiment



# W1-3

Experiment



# W1-4

Experiment



# W1-5

Experiment



# W1-6



Experiment



# W1-7

Experiment



# W1-8

Experiment



# W1-9

Experiment



# W1-10

## Mass Measurement

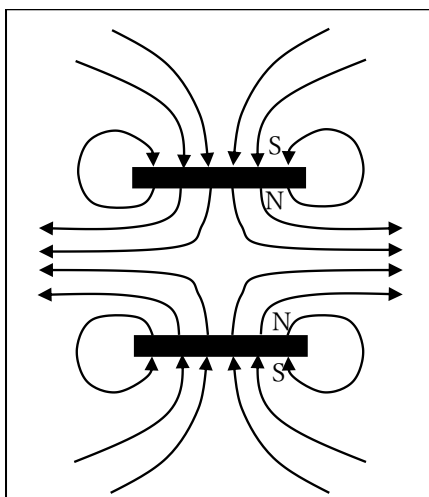
Write down the numbers 0 to 9 in the following table:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

No points

### Part A: Hooke's law and electromagnetic forces (2.4 points)

A.1 (0.4pt)



Magnetic field lines have arrows from N to S (0.1)

At least one end comes from a magnet (0.1)

Multiple horizontal lines near the edge of the magnet gap (0.1)

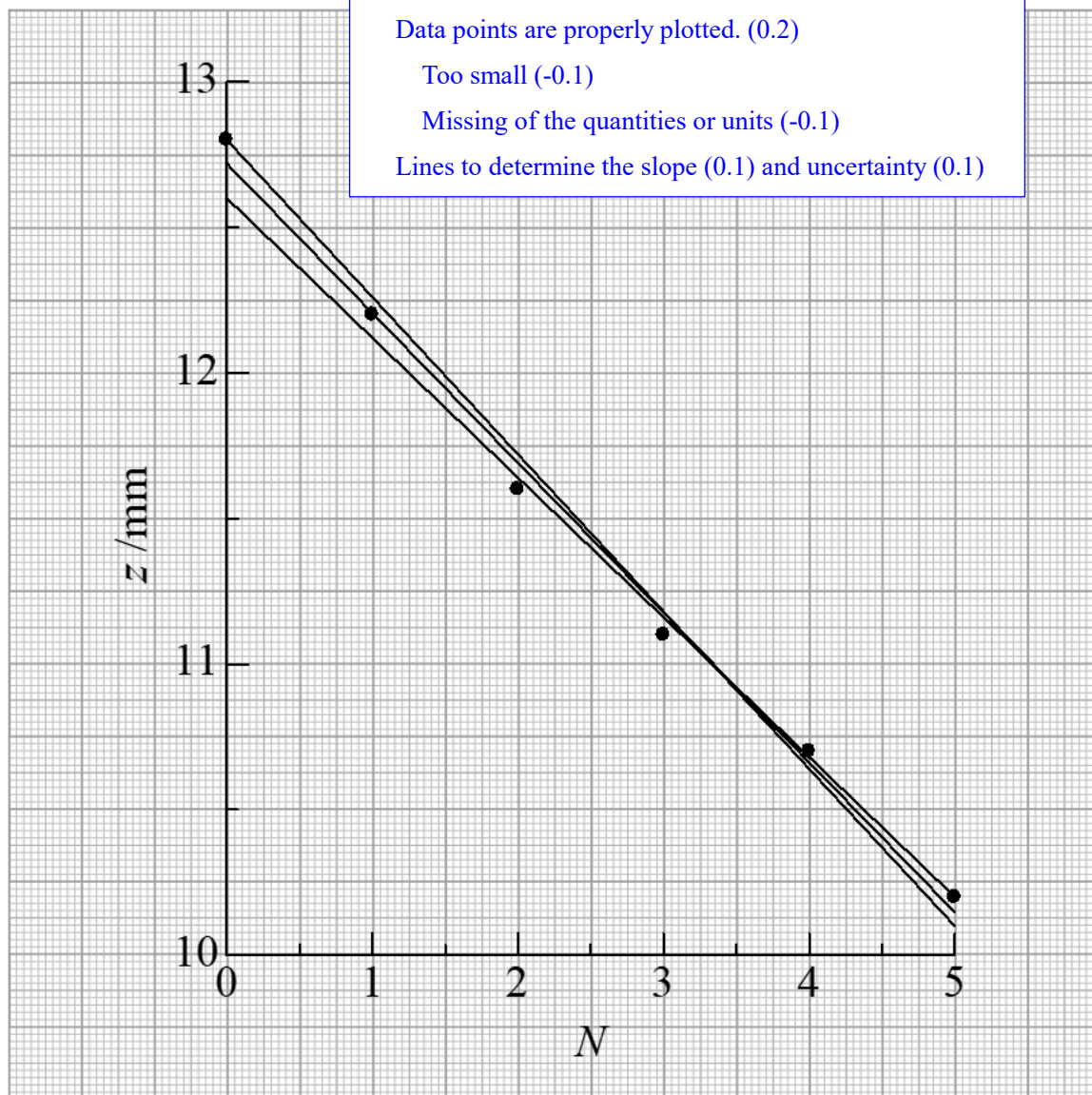
No contradictions such as asymmetry, crossing or branching (0.1)

A.2 (0.6pt)

Missing measurement points (-0.1 each)

$N$	$z$ /mm	$I$ /A
0	12.8	0
1	12.2	0.103
2	11.6	0.213
3	11.1	0.323
4	10.7	0.423
5	10.2	0.524

A.3 (0.7pt)



$$a = \frac{\Delta z}{\Delta N} = \frac{10.15 - 12.70}{5} = -0.51$$

$$a_+ = \frac{10.20 - 12.60}{5} = -0.48$$

$$a_- = \frac{10.10 - 12.80}{5} = -0.54$$

$$\Delta a = \frac{-0.48 - (-0.54)}{2} = 0.03$$

$$a = -0.51 \pm 0.03 \text{ mm}$$

Reading of  $a$  from the graph (max 0.3)

Reasonable value (0.1) and uncertainty (0.1)

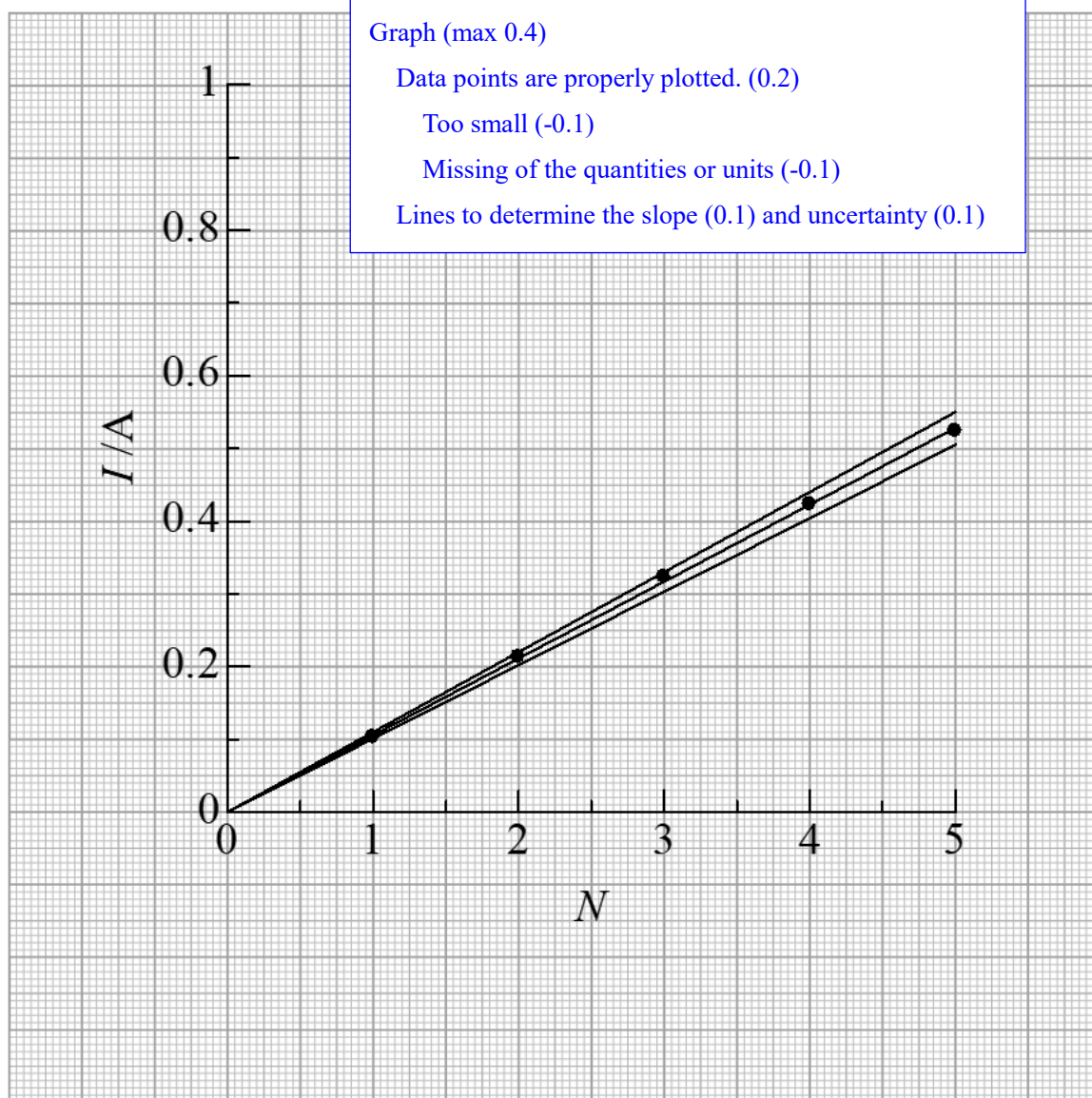
Missing or incorrect units (-0.1)

Reasonable result of  $a$  (correct reading and units required)

$$-0.08 \leq a \leq -0.03 \text{ mm (0.1)}$$



A.4 (0.7pt)



$$b = \frac{I}{N} = \frac{0.53}{5} = 0.106$$

$$b_+ = \frac{0.55}{5} = 0.110$$

$$b_- = \frac{0.505}{5} = 0.101$$

$$\Delta b = \frac{0.110 - 0.101}{2} = 0.005$$

$$b = 0.106 \pm 0.005 \text{ A}$$

Reading of  $b$  from the graph (max 0.3)

Reasonable value (0.1) and uncertainty (0.1)

Missing or incorrect units (-0.1)

Reasonable result of  $b$  (correct reading and units required)

0.08–0.13 A (0.1)

**Part B: Induced electromotive force (3.0 points)**

**B.1** (0.2pt)

$$V = 2\pi f A B L$$

Correct equation (0.2)

**B.2** (0.5pt)

$$f_B = 15.85 \text{ Hz}$$

Reasonable result of  $f$  and correct units: 12–20 Hz (0.1)

$A$ /mm	$V'$ /V
0.5	0.024
1.0	0.048
1.5	0.071
2.0	0.099
2.5	0.124
3.0	0.146

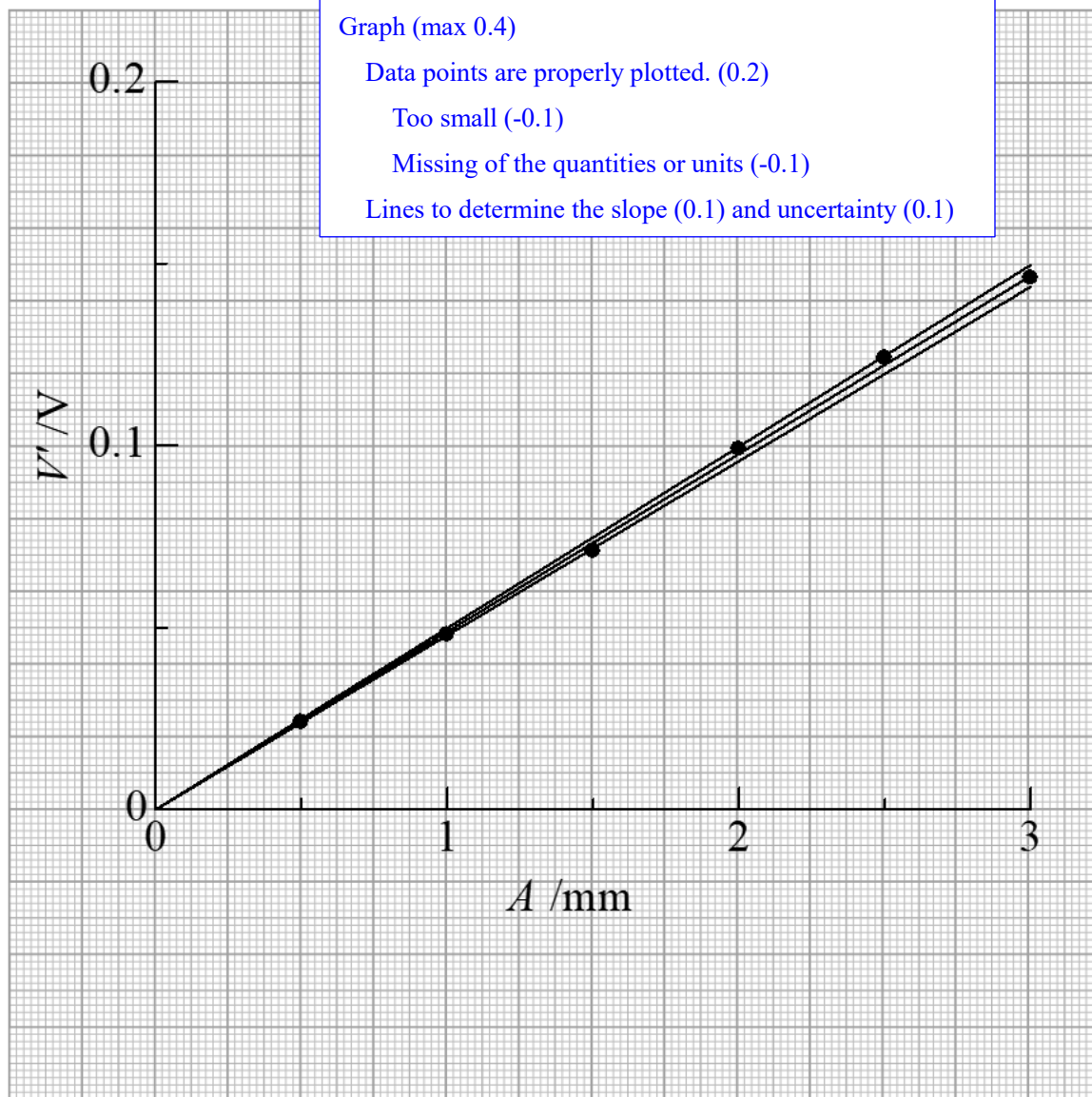
Measurements of  $A$  and  $V'$  (max 0.4)

Data points (max 0.3)

5 or more (0.3), 3 or 4 (0.2), 1 or 2 (0.1)

The largest  $A$  is 2.5–3.0 mm. (0.1)

B.3 (0.7pt)



$$c = \frac{V'}{A} = \frac{0.147}{5} = 0.049 \text{ V/mm}$$

$$c_+ = \frac{0.150}{5} = 0.050, \quad c_- = \frac{0.144}{5} = 0.048$$

$$\Delta c = \frac{0.050 - 0.048}{2} = 0.001 \text{ V/mm}$$

$$c = 0.049 \pm 0.001 \text{ V/mm}$$

Reading of  $c$  from the graph (max 0.3)

Reasonable value (0.1) and uncertainty (0.1)

Missing or incorrect units (-0.1)

Reasonable result of  $c$  (correct reading and units required)

0.03–0.08 V/mm (0.1)

**B.4** (0.4pt)

$$BL = \frac{V}{2\pi A f_B}, \quad V' = V/\sqrt{2}$$

$$BL = \frac{\sqrt{2}V'}{2\pi A f_B} = \frac{\sqrt{2}c}{2\pi f_B} = \frac{\sqrt{2} \times 0.049}{2\pi \times 15.85} = 0.000696 \text{ Vs/mm} = 0.696 \text{ Vs/m}$$

$$\Delta(BL) = \frac{\sqrt{2}}{2\pi f_B} \Delta c = \frac{\sqrt{2} \times 0.001}{2\pi \times 15.85} = 0.000014 \text{ Vs/mm} = 0.014 \text{ Vs/m} \quad (\Delta(BL) = \frac{BL}{c} \Delta c \text{ available})$$

$$BL = 0.696 \pm 0.014 \text{ Vs/m}$$

Calculation of  $BL$  using the obtained results (max 0.2)

Correct value and units (0.2), correct calculation formula only (0.1)

Calculation of the uncertainty (max 0.2)

Correct value (0.2), correct calculation formula only (0.1)

**B.5** (1.2pt)

$$m = \frac{mg}{BL} \cdot \frac{BL}{g} = \frac{I}{N} \cdot \frac{BL}{g} = b \frac{BL}{g} = 0.106 \times \frac{0.696}{9.80} = 0.0075 \text{ kg} = 7.5 \text{ g}$$

$$\Delta m = \sqrt{(\Delta b)^2 \cdot \left(\frac{BL}{g}\right)^2 + \left(\frac{b}{g}\right)^2 \cdot (\Delta(BL))^2} = 0.00039 \text{ kg} = 0.4 \text{ g}$$

$$(\Delta m = \left|\frac{BL}{g}\right| \Delta b + \left|\frac{b}{g}\right| \Delta(BL), \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta(BL)}{BL}, \frac{\Delta m}{m} = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(BL)}{BL}\right)^2} \text{ available})$$

$$m = 7.5 \pm 0.4 \text{ g}$$

Calculation of  $m$  using the obtained results (max 0.5)

Correct value and units (0.2), correct calculation formula only (0.1)

Reasonable result (correct calculation and units required) (max 0.3)

7.2–8.2 g (0.3), 6.7–8.7 g (0.2), 6.2–9.2 g (0.1)

Calculation of the uncertainty (max 0.2)

Correct value (0.2), correct calculation formula only (0.1)

$$k = -\frac{mg}{a} = -\frac{0.0075 \times 9.80}{-0.51} = 0.144 \text{ N/mm} = 144 \text{ N/m}$$

$$\Delta k = \sqrt{(\Delta a)^2 \cdot \left(\frac{mg}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{g}{a}\right)^2 \cdot (\Delta m)^2} = 0.011 \text{ N/mm} = 11 \text{ N/m}$$

$$(\Delta k = \left|\frac{mg}{a^2}\right| \Delta a + \left|\frac{g}{a}\right| \Delta m, \frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta a}{|a|} + \frac{\Delta m}{m}, \frac{\Delta k}{k} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2} \text{ available})$$

$$k = 144 \pm 11 \text{ N/m}$$

Calculation of  $k$  using the obtained results (max 0.3)

Correct value and units (0.2), correct calculation formula only (0.1)

Reasonable result (correct calculation and units required):

120–180 N/m (0.1)

Calculation of the uncertainty (max 0.2)

Correct value (0.2), correct calculation formula only (0.1)

**Part C. Mass-dependent resonant frequency (2.3 points)**

**C.1** (0.2pt)

$$f_N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{M+Nm}}$$

Correct equation (0.2)

**C.2** (0.5pt)

Measurements of  $f$  (max 0.5)

Missing measurement points (-0.1 each)

$N$	$f$ /Hz	$1/f^2$ /s <sup>2</sup>		
0	15.96	0.003926		
1	13.03	0.005390		
2	11.33	0.007790		
3	10.13	0.009745		
4	9.06	0.01218		
5	8.45	0.01401		

Calculation for linear relationship (points in C.3)

Calculation for linear relationship ( $1/f^2$ ) in Table C.2 (max 0.3)

Missing or incorrect units (-0.1)

Missing or error of calculation (-0.1 each)

C.3 (1.0pt)

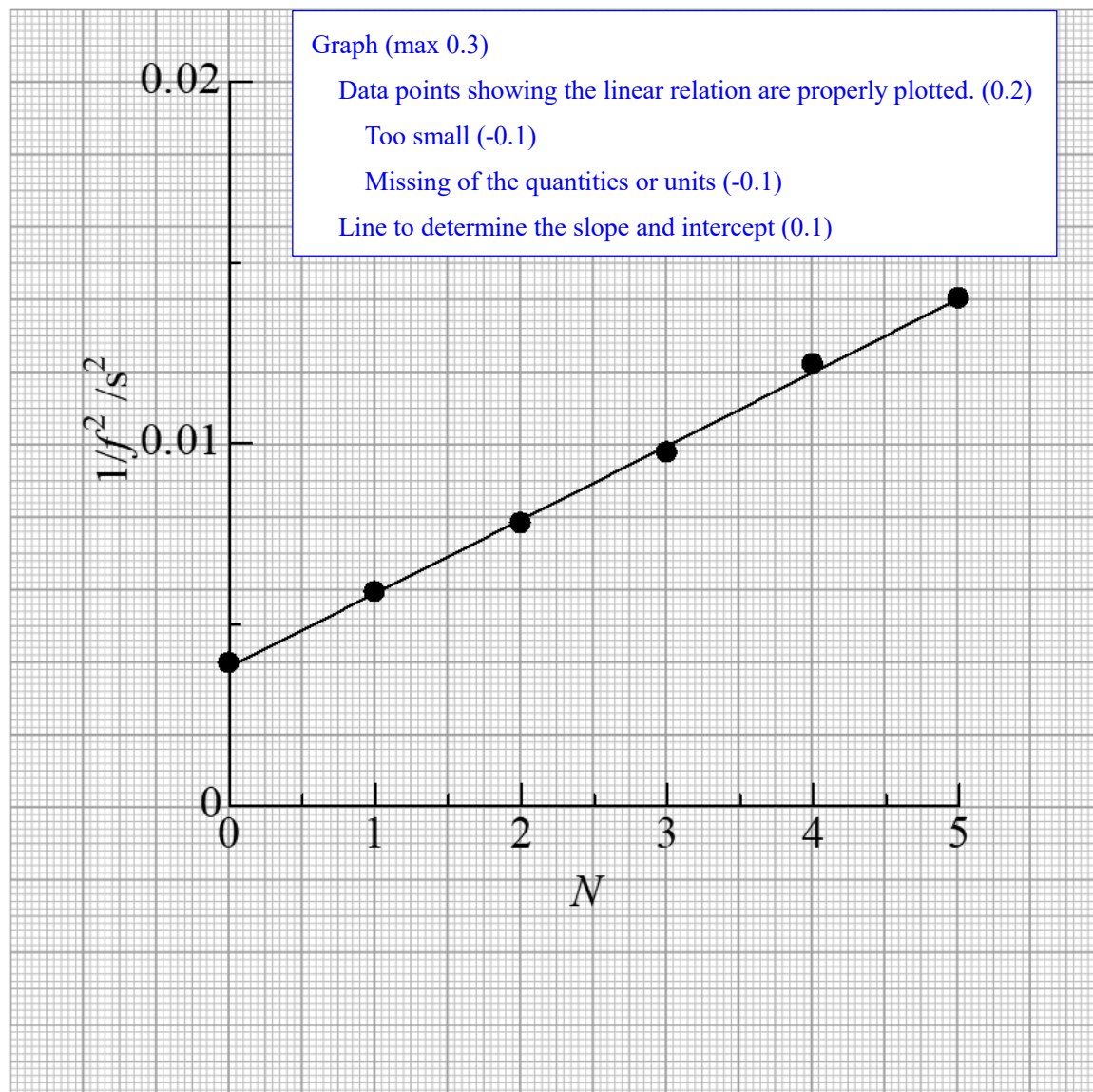
Graph (max 0.3)

Data points showing the linear relation are properly plotted. (0.2)

Too small (-0.1)

Missing of the quantities or units (-0.1)

Line to determine the slope and intercept (0.1)



Using the equation  $\frac{1}{f^2} = (2\pi)^2 \left( \frac{M}{k'} + \frac{m}{k'} N \right)$ ,  $\frac{M}{k'}$  and  $\frac{m}{k'}$  are obtained from the graph.

$$\frac{M}{k'} = \frac{1/f_0^2}{(2\pi)^2} = \frac{0.0039}{(2\pi)^2} = 9.88 \times 10^{-5} \text{ s}^2$$

Reading from the graph and calculation (max 0.4)

Reasonable values of  $\frac{M}{k'}$  (0.2) and  $\frac{m}{k'}$  (0.2)

Missing or incorrect units (-0.1 each)

$$\frac{m}{k'} = \frac{(0.0140 - 0.0039)/5}{(2\pi)^2} = \frac{0.00202}{(2\pi)^2} = 5.12 \times 10^{-5} \text{ s}^2$$



**C.4** (0.6pt)

$$\frac{M}{m} = \frac{M/k'}{m/k'} = \frac{9.88}{5.12}$$

$$\frac{M}{m} = 1.93$$

Calculation of  $\frac{M}{m}$  using the obtained results (max 0.4)

Correct value and units (0.1)

Reasonable result (correct calculation and units required) (max 0.3)

1.85–2.0 (0.3), 1.75–2.1 (0.2), 1.65–2.2 (0.1)

$$M = \frac{M}{m} \cdot m = 1.93 \times 0.0075 = 0.0145 \text{ kg} = 14.5 \text{ g}$$

$$M = 14.5 \text{ g}$$

Correct value and units of  $M$  using the obtained results (0.1)

$$k' = \frac{M}{\frac{M}{k'}} = \frac{0.0145}{9.88 \times 10^{-5}}$$

$$k' = 147 \text{ N/m}$$

Correct value and units of  $k'$  using the obtained results (0.1)

**Part D. Resonance characteristics (2.3 points)**

**D.1 (0.4pt)**

$$V'_{AC} = 0.157 \text{ V}$$

Measurement of  $V'_{AC}$  and correct units (0.1)

$$F_{AC} = BLI_{AC} = BL \times 0.106 \times \sqrt{2}V'_{AC} = 0.696 \times 0.106 \times \sqrt{2} \times 0.157 = 0.0164 \text{ N}$$

Calculation of  $F_{AC}$  using the obtained results (max 0.3)

Correct value and units (0.3), correct calculation formula only (0.1)

**D.2 (0.9pt)**

$f/\text{Hz}$	$A/\text{mm}$		
15.88	3.0		
15.79	3.0		
15.73	2.8		
15.61	2.1		
15.49	1.9		
15.34	1.2		
15.20	1.1		
16.02	2.7		
16.14	2.1		
16.24	2.0		
16.41	1.6		
16.60	1.1		
16.81	1.0		

Measurements of  $f$  and  $A$  (max 0.7)

Data points (max 0.3)

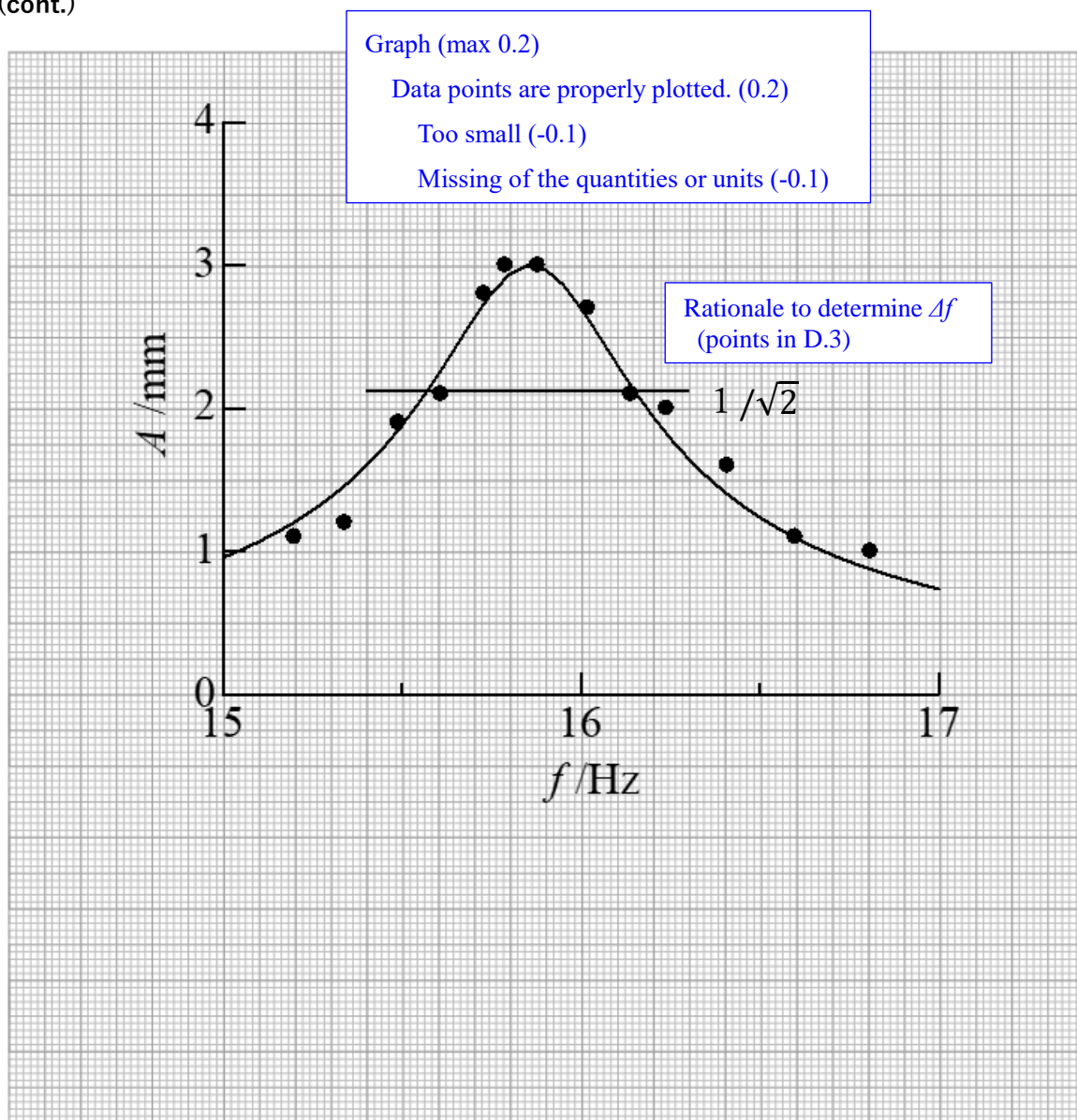
$\geq 10$  (0.3), 5–9 (0.2), 3 or 4 (0.1)

Points smaller than half maximum of  $A$  (max 0.2: 0.1 each side)

Existence of  $f$  interval smaller than 0.2 Hz (0.1)

The largest  $A$  is 2.5–3.3 mm. (0.1)

D.2 (cont.)



**D.3 (1.0pt)**

Reading from the graph D.2

$$f_0 = 15.83 \text{ Hz}$$

$$A(f_0) = 3.0 \text{ mm}$$

$$\Delta f = \frac{16.14 - 15.56}{2} = 0.29 \text{ Hz}$$

Reading from the graph (max 0.4)

Rationale to determine  $\Delta f$  (0.1)

Reasonable values of  $f_0$ ,  $A(f_0)$ , and  $\Delta f$  (0.1 each)

Calculation using Eq.(4)

$$M = \frac{F_{AC}}{8\pi^2 f_0 \Delta f A(f_0)} = \frac{0.0164}{8\pi^2 \times 15.83 \times 0.29 \times 0.003} = 0.0151 \text{ kg} = 15.1 \text{ g}$$

$$M = 15.1 \text{ g}$$

Calculation of  $M$  using the obtained results (max 0.6)

Correct value and units (0.3), correct calculation formula only (0.1)

Reasonable result (correct calculation and units required) (max 0.3)

13.5–16 g (0.3), 12–17.5 g (0.2), 10.5–19 g (0.1)