35^{th} International Physics Olympiad

Pohang, Korea

15 ~ 23 July 2004

$35^{η}$ Διεθνής Ολυμπιάδα Φυσικής

Pohang, Κορέα, 15 έως 23 Ιουλίου 2004

2^{o} Θεωρητικό θέμα

Μπαλόνι που ανυψώνεται

Ένα λαστιχένιο μπαλόνι γεμάτο με αέριο ήλιο ανυψώνεται ψηλά στον ουρανό, όπου η πίεση και η θερμοκρασία μειώνονται με το ύψος. Στις ακόλουθες ερωτήσεις υποθέστε ότι το σχήμα του μπαλονιού παραμένει σφαιρικό, ανεξάρτητα από το φορτίο του, και θεωρήστε αμελητέο τον όγκο του φορτίου. Επίσης υποθέστε ότι η θερμοκρασία του αερίου ηλίου μέσα στο μπαλόνι είναι πάντοτε ίση με αυτήν του αέρα που το περιβάλει και θεωρήστε ότι για όλα τα αέρια ισχύουν οι νόμοι των ιδανικών αερίων. Η παγκόσμια σταθερά των αερίων είναι R = 8.31 J/mol·K και οι γραμμομοριακές μάζες του ηλίου και του αέρα είναι $M_H = 4.00\times10^{-3}$ kg/mol και $M_A = 28.9\times10^{-3}$ kg/mol, αντίστοιχα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=9.8 m/s^2.

[Μέρος Α]

(a) [1.5 μονάδες] Έστω ότι η πίεση του περιβάλλοντος αέρα είναι P και η θερμοκρασία του T. Η πίεση στο εσωτερικό του μπαλονιού είναι μεγαλύτερη από αυτή στο εξωτερικό και οφείλεται στην δύναμη που ασκείται από τα τοιχώματα του μπαλονιού. Το μπαλόνι περιέχει n γραμμομόρια (moles) αερίου ηλίου και η πίεση στο εσωτερικό του είναι $P + \Delta P$. Βρείτε την ανοδική δύναμη F_B που ασκείται στο μπαλόνι από τον αέρα (άνωση) ως συνάρτηση των P και ΔP.

(b) [2 μονάδες] Μια συγκεκριμένη καλοκαιρινή ημέρα στην Κορέα, η θερμοκρασία του αέρα T σε ύψος z από την επιφάνεια της θάλασσας βρέθηκε $T(z) = T_0(1 - z/z_0)$ στην περιοχή $0 < z < 15$ km, με z_o = 49 km και T_o = 303 K. Η πίεση και η πυκνότητα στο επίπεδο της θάλασσας είναι P_o = 1 atm = 1.01×10^5 Pa και ρ_0 = 1.16 kg/m^3, αντίστοιχα. Για αυτή την περιοχή υψών, η πίεση δίνεται από τη σχέση

$$P(z) = P_0(1 - z/z_0)^{\eta} \quad . \tag{2.1}$$

Εκφράστε τον εκθέτη η ως συνάρτηση των z_0, ρ_0, P_0 και g. Βρείτε την αριθμητική τιμή του με *δύο* σημαντικά ψηφία. Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή, ανεξάρτητη από το ύψος.

[Μέρος B]

Όταν ένα λαστιχένιο μπαλόνι σφαιρικού σχήματος με αρχική (un-stretched) ακτίνα r_0 φουσκώνεται σε σφαίρα ακτίνας r ($\geq r_0$), η επιφάνεια του μπαλονιού περιέχει πρόσθετη ελαστική ενέργεια λόγω του τεντώματος. Κατά μια απλοποιημένη θεωρία, η ελαστική ενέργεια σε σταθερή θερμοκρασία T μπορεί να εκφραστεί με τη σχέση

$$U = 4\pi r_0^2 \kappa RT\left(2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^4} - 3\right) \tag{2.2}$$

όπου $\lambda \equiv r/r_0$ (≥ 1) είναι ο λόγος των ακτίνων και κ είναι μια σταθερά με μονάδες mol/m^2.

(c) [2 μονάδες] Εκφράστε το ΔP ως συνάρτηση των παραμέτρων που δίνονται στη σχέση (2.2) και σχεδιάστε το ΔP σε συνάρτηση με το $\lambda = r/r_0$.

(d) [1.5 μονάδες] Η σταθερά κ μπορεί να καθοριστεί από την ποσότητα του αερίου που απαιτείται για να φουσκώσει το μπαλόνι. Σε T_0=303 K και P_0=1.0 atm, ένα μη φουσκωμένο (un-stretched) μπαλόνι ($\lambda = 1$) περιέχει n_0 =12.5 moles ηλίου. Απαιτούνται n=3.6n_0=45 moles συνολικά για να φουσκώσει το μπαλόνι σε λ=1.5, στην ίδια T_0 και P_0. Εκφράστε την παράμετρο a του μπαλονιού (που ορίζεται ως $a = \kappa/\kappa_0$) ως συνάρτηση των n, n_0 και λ, όπου $\kappa_0 \equiv \dfrac{r_0 P_0}{4RT_0}$. Υπολογίστε το a με δύο σημαντικά ψηφία.

[Μέρος C]

Ένα μπαλόνι προετοιμάζεται όπως στο ερώτημα (d) στο επίπεδο της θάλασσας (φουσκωμένο σε $\lambda = 1.5$, με $n = 3.6n_0 = 45$ moles αερίου ηλίου, σε T_0=303 K και P_0=1 atm=1.01×10^5 Pa). Η ολική μάζα που περιλαμβάνει τη μάζα του αερίου, τη μάζα του μπαλονιού και τη μάζα των άλλων φορτίων είναι $M_{\mathrm{T}} = 1.12$ kg. Το μπαλόνι αφήνεται να ανυψωθεί από το επίπεδο της θάλασσας.

(e) [3 μονάδες] Υποθέστε ότι το μπαλόνι αναπόφευκτα σταματάει σε ύψος z_f, όπου η ανοδική δύναμη εξισώνεται με το ολικό βάρος. Βρείτε το z_f και το λόγο λ_f σε αυτό το ύψος. Δώστε τις απαντήσεις με δύο σημαντικά ψηφία. Υποθέστε ότι δεν υπάρχουν φαινόμενα ολίσθησης και διαρροής αερίου κατά τη διάρκεια της ανοδικής πορείας.