ΘΕΜΑ 2: ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1. Μετά από κάποιο χρόνο t, η κάθετη στο πλαίσιο σχηματίζει γωνία ωt *με το μαγνητικό πεδίο* $\vec{B}_0 = B_0\vec{i}$. Έτσι, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι

$$\phi = N\ \vec{B}_0 \cdot \vec{S}$$

Όπου το διάνυσμα της επιφάνειας $\vec{S}$ δίνεται από $\vec{S} = \pi a^2 \left(\cos\omega t\,\vec{i} + \sin\omega t\,\vec{j}\right)$

Όπου $\phi = N\pi a^2 B_0 \cos\omega t$

Η επαγόμενη ΗΕΔ είανι

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\varepsilon = N\pi a^2 B_0\,\omega \sin\omega t}$$

Η στιγμιαία ισχύς είναι $P = \varepsilon^2 / \mathrm{R}$, οπότε

$$\boxed{\left\langle P\right\rangle = \frac{\left(N\,\pi\,a^2 B_0 \omega\right)^2}{2R}}$$

Χρησιμοποιήσαμε το ότι $<\sin^2\omega t> = \frac{1}{T}\int_0^T \sin^2\omega t\,dt = \frac{1}{2}$

2. Το συνολικό πεδίο στο κέντρο του πλαισίου τη στιγμή t είναι

$$\vec{B}_t = \vec{B}_0 + \vec{B}_i$$

όπου $\vec{B}_i$ είναι το μαγνητικό πεδίο λόγω του επαγωγικού ρεύματος $\vec{B}_i = B_i\left(\cos\omega t\,\vec{i} + \sin\omega t\,\vec{j}\right)$

με $B_i = \dfrac{\mu_0 N I}{2a}$ και $I = \varepsilon / R$

Οπότε $B_i = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi a B_0\,\omega}{2R}\sin\omega t$

Η μέσες τιμές των συνιστωσών του είναι

$$\left\langle B_{ix}\right\rangle = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0\,\omega}{2R}\left\langle \sin\omega t \cos\omega t\right\rangle = 0$$

$$\left\langle B_{iy}\right\rangle = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0\,\omega}{2R}\left\langle \sin^2\omega t\right\rangle = \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0\,\omega}{4R}$$

Και η μέση τιμή του συνολικού μαγνητικού πεδίου είνια

$$\left\langle \vec{B}_t\right\rangle = B_0\,\vec{i} + \frac{\mu_0 N^2 \pi a B_0\,\omega}{4R}\vec{j}$$

Η βελόνα προσανατολίζεται κατά μήκος του πεδίου, έτσι

$$\tan\theta = \frac{\mu_0 N^2 \pi a \omega}{4R}$$

Τελικά, η αντίσταση του πλαισίου που μετριέται με αυτή τη διαδικασία, σε σχέση με το θ , είναι

$$\boxed{R = \frac{\mu_0 N^2 \pi a \omega}{4\tan\theta}}$$

3. Η δύναμη σε θετικό μοναδιαίο φορτίο στο δίσκο είναι ακτινική και ίση με

$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right| = vB = \omega r B$$

όπου B είναι το μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του πλαισίου

$$B = N\frac{\mu_0 I}{2a}$$

Έτσι, η ΗΕΔ που επάγεται σε κάθε δίσκο από το μαγνητικό πεδίο B είναι

$$\varepsilon_D = \varepsilon_{D'} = B\omega\int_0^b r\,dr = \frac{1}{2}B\omega b^2$$

Τελικά, η επαγόμενη ΗΕΔ μεταξύ 1 και 4 είναι $\varepsilon = \varepsilon_D + \varepsilon_{D'}$

$$\boxed{\varepsilon = N\frac{\mu_0 b^2 \omega I}{2a}}$$

4. Όπου η ένδειξη του G μηδενίζεται, $I_G = 0$ και οι νόμοι του Kirchoff δίνουν μια άμεση απάντηση. Έτσι έχουμε

$$\varepsilon = I R \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{R = N\frac{\mu_0 b^2 \omega}{2a}}$$

5. Η δύναμη ανά μονάδα μήκους f μεταξύ δύο παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών απείρου μήκους που απέχουν απόσταση h είναι.

$$f = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{h}$$

για $I_1 = I_2 = I$ και μήκος $2\pi a$, η δύναμη F που ασκείται στη C_2 από τη γειτονική σπείρα C_1 είναι

$$\boxed{F = \frac{\mu_0 a}{h} I^2}$$

6. Στην ισορροπία

$$mgx = 4Fd$$

έτσι

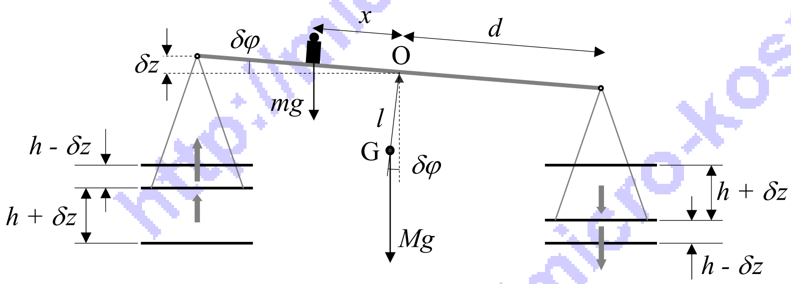
$$mgx = \frac{4\mu_0 a d}{h} I^2 \qquad (1)$$

Οπότε

$$\boxed{I = \left(\frac{mghx}{4\mu_0 a d}\right)^{1/2}}$$

7. Ο ζυγός επανέρχεται στη θέση ισορροπίας για μια μικρή γωνιακή μετατόπιση $\delta\varphi$ αν η ροπή του βάρους ως προς το O είναι μεγαλύτερη από τις ροπές των μαγνητικών δυνάμεων.

$$Mgl\sin\delta\varphi + mgx\cos\delta\varphi > 2\mu_0 aI^2\left(\frac{1}{h-\delta z}+\frac{1}{h+\delta z}\right)d\cos\delta\varphi$$



Οπότε, χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη προσέγγιση

$$Mgl\sin\delta\varphi + mgx\cos\delta\varphi > \frac{4\mu_0 adI^2}{h}\left(1+\frac{\delta z^2}{h^2}\right)\cos\delta\varphi$$

Λαμβάνοντας υπόψιν τη συνθήκη ισορροπίας (1), παίρνουμε

$$M\,gl\,sin\,\delta\varphi > m\,g\,x\frac{\delta z^2}{h^2}cos\,\delta\varphi$$

Τελικά, για $\tan\delta\varphi \approx \sin\delta\varphi = \dfrac{\delta z}{d}$

$$\delta z < \frac{Mlh^2}{mxd} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\delta z_{\max} = \frac{Mlh^2}{mxd}}$$

Th 2 ANSWER SHEET

Ερώτηση	Βασικοί τύποι και ιδέες που χρησιμοποιήθηκαν	Αναλυτικά αποτελέσματα	Οδηγός βαθμολόγησης
1	$\Phi = N\vec{B}_0 \cdot \vec{S}$ $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ $P = \dfrac{\varepsilon^2}{R}$	$\varepsilon = N\pi a^2 B_0 \omega \sin\omega t$ $\langle P \rangle = \dfrac{(N\pi a^2 B_0 \omega)^2}{2R}$	0.5 1.0
2	$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_i$ $B_i = \dfrac{\mu_0 N}{2a} I$ $\tan\theta = \dfrac{\langle B_y \rangle}{\langle B_x \rangle}$	$R = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi a \omega}{4\tan\theta}$	2.0
3	$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ $v = \omega r$ $B = N\dfrac{\mu_0 I}{2a}$ $\varepsilon = \int_0^b \vec{E}\, d\vec{r}$	$\varepsilon = N\dfrac{\mu_0 b^2 \omega I}{2a}$	2.0
4	$\varepsilon = RI$	$R = N\dfrac{\mu_0 b^2 \omega}{2a}$	0,5
5	$f = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I I'}{h}$	$F = \dfrac{\mu_0\, a}{h} I^2$	1.0
6	$mgx = 4Fd$	$I = \left(\dfrac{mghx}{4\mu_0 ad}\right)^{1/2}$	1.0
7	$\Gamma_{grav} > \Gamma_{mag}$	$\delta z_{\max} = \dfrac{Mlh^2}{mxd}$	2.0

http://micro-kosmos.uoa.gr