

ΘΕΜΑ 3: ΝΕΤΡΟΝΙΑ ΣΕ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Στον κόσμο της κλασικής Φυσικής, μια ελαστική μπάλα που αναπηδά στην επιφάνεια της Γης είναι ένα ιδανικό παράδειγμα διαρκούς κίνησης. Η μπάλα παγιδεύεται: Δεν μπορεί να βρεθεί κάτω από την επιφάνεια της Γης ή πάνω από το σημείο επαναφοράς, δηλαδή το σημείο που η ταχύτητα αλλάζει φορά. Η μπάλα θα παραμείνει δεσμευμένη σε αυτή την κατάσταση, επιστρέφοντας πίσω στο έδαφος και αναπηδώντας στον αέρα ξανά και ξανά, για πάντα. Μόνο η αντίσταση του αέρα ή μη ελαστικές κρούσεις με το έδαφος μπορούν να σταματήσουν τη συνεχή κίνηση της μπάλας, παράγοντες οι οποίοι θα αγνοηθούν στη συνέχεια.

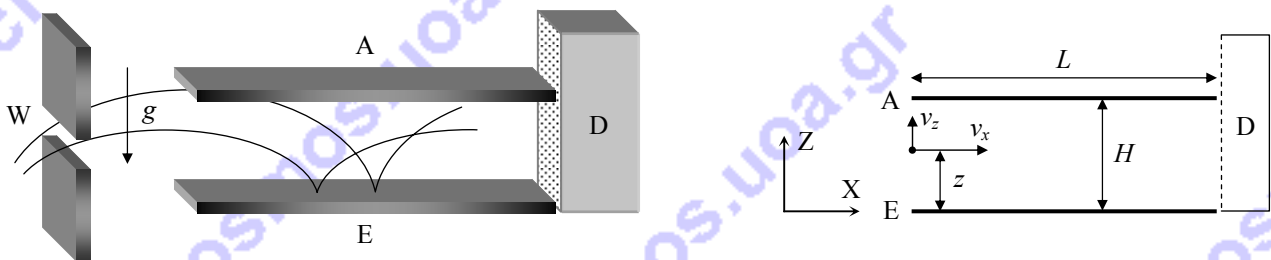
Μια ομάδα φυσικών από το Ινστιτούτο Laue - Langevin στη Grenoble παρουσίασε¹ το 2002 πειραματικά δεδομένα για τη συμπεριφορά των νετρονίων στο βαρυτικό πεδίο της Γης. Στο πείραμα, νετρόνια κινούμενα προς τα δεξιά μπορούσαν να κινηθούν προς μια οριζόντια ανακλαστική επιφάνεια στην οποία αυτά, μετά από ελαστικές κρούσεις, αναπηδούσαν στο ίδιο σημείο ξανά και ξανά.

Στο Σχ. 1 φαίνεται διαγραμματικά η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε. Αποτελείται από το άνοιγμα W , την ανακλαστική επιφάνεια E (σε ύψος $Z = 0$), ο απορροφητής νετρονίων A (σε ύψος $z = H$ και μήκος L) και ο ανιχνευτής νετρονίων D . Τα νετρόνια, τα οποία σχηματίζουν δέσμη, κινούνται με σταθερή οριζόντια ταχύτητα, v_x από το W στο D μέσα από την κοιλότητα μεταξύ του A και E . Όλα τα νετρόνια που φτάνουν στο A απορροφούνται και εξαφανίζονται από το πείραμα. Τα νετρόνια που φτάνουν την επιφάνεια E ανακλώνται ελαστικά. Ο ανιχνευτής D καταμετρά το ρυθμό μεταφοράς $N(H)$, δηλαδή, το συνολικό αριθμό νετρονίων που φτάνουν σε αυτόν ανά μονάδα χρόνου.

Οι μονάδες βαθμολογίας σημειώνονται, σε παρένθεση, στην αρχή κάθε υποερώτησης.

Τα νετρόνια εισέρχονται στην κοιλότητα με ένα εύρος ταχυτήτων με θετικές και αρνητικές κατακόρυφες ταχύτητες, v_z . Καθώς βρίσκονται μέσα στην κοιλότητα, κινούνται μεταξύ της ανακλαστικής επιφάνειας κάτω και του απορροφητή πάνω.

1. (1.5) Υπολογίστε, σύμφωνα με την κλασική μηχανική, τις τιμές των κατακόρυφων ταχυτήτων $v_z(z)$ των νετρονίων τα οποία εισέρχονται σε ύψος z , μπορούν να φτάσουν στον ανιχνευτή D . Υποθέστε ότι το μήκος L είναι πολύ μεγαλύτερο από κάθε άλλο μήκος που υπεισέρχεται στο πρόβλημα.



Σχ. 1

2. (1.5) Υπολογίστε, σύμφωνα με την κλασική μηχανική, το ελάχιστο μήκος L_c της κοιλότητας, έτσι ώστε όλα τα νετρόνια με ταχύτητες διαφορετικές από αυτές που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, ανεξάρτητα από τις τιμές του z , απορροφούνται από το A . Χρησιμοποιείστε: $v_x = 10 \text{ m s}^{-1}$ και $H = 50 \text{ }\mu\text{m}$.

Ο ρυθμός μεταφοράς νετρονίων $N(H)$ μετρείται στο D . Αναμένεται ότι αυτός αυξάνεται μονότονα με το H .

3. (2.5) Υπολογίστε το ρυθμό μεταφοράς, κατά την κλασσική μηχανική, $N_c(H)$ υποθέτοντας ότι τα νετρόνια φτάνουν στην κοιλότητα με κατακόρυφες ταχύτητες v_z στο ύψος z , με τις τιμές v_z και z με ίσες πιθανότητες. Δώστε την απάντηση σε σχέση με το ρ , τον σταθερό αριθμό νετρονίων ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα κατακόρυφης ταχύτητας, ανά μονάδα ύψους, που εισέρχονται στην κοιλότητα με κατακόρυφες ταχύτητες v_z στο ύψος z .

Τα πειραματικά αποτελέσματα που αποκτήθηκαν από την ομάδα της Grenoble είναι σε διαφωνία με τις παραπάνω κλασσικές προβλέψεις, αντιθέτως φαίνεται ότι η τιμή του $N(H)$ παρουσιάζει απότομη αύξηση όταν το H περνά από κάποιες κρίσιμες τιμές ύψους $H_1, H_2 \dots$ (Στην εικόνα F-2 φαίνεται ένα σχέδιο). Με άλλα λόγια, το πείραμα έδειξε ότι η κατακόρυφη κίνηση των νετρονίων που αναπηδούν στον καθρέπτη είναι κβαντισμένη. Με τη γλώσσα την οποία οι Bohr και Sommerfeld χρησιμοποίησαν για να καταλήξουν στις ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδρογόνου, αυτό μπορεί να γραφεί ως εξής: “Η δράση S αυτών των νετρονίων κατά μήκος της κατακόρυφης διεύθυνσης ισούται με ένας ακέραιο πολλαπλασιασμένο επί τη σταθερά δράσης h του Planck”. Η S δίνεται από τη σχέση

$$S = \int p_z(z) dz = nh, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (\text{κανόνας κβάντωσης των Bohr-Sommerfeld})$$

όπου p_z είναι η κατακόρυφη συνιστώσα της κλασσικής ορμής, και το ολοκλήρωμα καλύπτει έναν ολόκληρο κύκλο αναπήδησης. Μόνο νετρόνια με αυτές τις τιμές του S επιτρέπονται στην κοιλότητα.

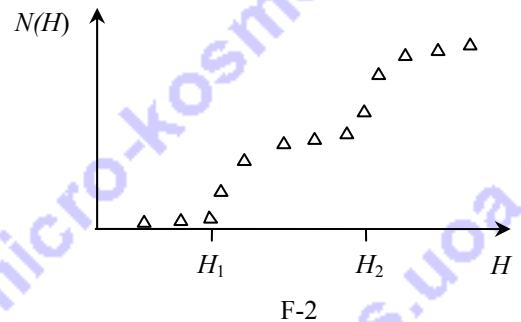
4. (2.5) Υπολογίστε τα ύψη στριψίματος H_n και τα ενεργειακά επίπεδα E_n (που συσχετίζονται με την κατακόρυφη κίνηση) χρησιμοποιώντας τη συνθήκη κβάντωσης των Bohr-Sommerfeld. Δώστε το αριθμητικό αποτέλεσμα για το H_1 σε μm και για το E_1 σε eV.

Η ομαλή αρχική κατανομή ρ των νετρονίων κατά την είσοδο μεταβάλλεται, κατά τη διάρκεια της πτήσης μέσω της μακρόστενης κοιλότητας, σε μια κατά βήματα κατανομή που ανιχνεύεται στο D (δες Εικόνα F-2). Από δω και κάτω, για απλότητα θεωρούμε την περίπτωση μιας μακρόστενης κοιλότητας με $H < H_2$. Κλασσικά, για όλα τα νετρόνια με ενέργειες του εύρους που θεωρήθηκε στην ερώτηση 1 επιτρέπεται η διέλευση μέσω αυτής, ενώ κβαντομηχανικά μόνο στα νετρόνια στο ενεργειακό επίπεδο E_1 επιτρέπεται. Σύμφωνα με την αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg για το χρόνο και την ενέργεια, αυτός ο μετασχηματισμός απαιτεί έναν ελάχιστο χρόνο πτήσεως. Η αβεβαιότητα στην ενέργεια της κατακόρυφης κίνησης, θα είναι σημαντική εάν το μήκος της κοιλότητας είναι μικρό. Αυτό το φαινόμενο θα προκαλέσει αύξηση στο εύρος των ενεργειακών σταθμών.

5. (2.0) Εκτιμήστε τον ελάχιστο χρόνο πτήσεως t_q και το ελάχιστο μήκος L_q της κοιλότητας το οποίο είναι αναγκαίο για να παρατηρείται η πρώτη απότομη αύξηση στον αριθμό των νετρονίων στο D. Χρησιμοποιείστε $v_x = 10 \text{ m s}^{-1}$.

Data:

Σταθερά δράσης του Planck	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Ταχύτητα του φωτός στο κενό	$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Μάζα νετρονίου	$M = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Επιτάχυνση της βαρ	$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$



Αν είναι αναγκαίο, χρησιμοποιείτε την έκφραση: $\int (1-x)^{1/2} dx = -\frac{2(1-x)^{3/2}}{3}$

COUNTRY CODE	STUDENT CODE	PAGE NUMBER	TOTAL No OF PAGES

ΘΕΜΑ 3 ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Ερώτηση	Βασικοί τύποι που χρησιμοποιήσατε	Αναλυτικά αποτελέσματα	Αριθμητικά αποτελέσματα	Μονάδες βαθμολόγησης
1		$\leq v_z(z) \leq$		1.5
2		$L_c =$	$L_c =$	1.5
3		$N_c(H) =$		2.5
4		$H_n =$ $E_n =$	$H_1 =$ μm $E_1 =$ eV	2.5
5		$t_q =$ $L_q =$	$t_q =$ $L_q =$	2.0