

ΥΔΡΟΚΙΝΗΤΗ ΔΙΑΤΑΞΗ “ΓΟΥΔΙ” ΓΙΑ ΤΟ ΑΛΕΣΜΑ ΤΟΥ ΡΥΖΙΟΥ

A. Εισαγωγή

Το ρύζι αποτελεί την κύρια τροφή στο Βιετνάμ. Προκειμένου να παρασκευαστεί λευκό ρύζι από το αναποφλείωτο ρύζι των οριζόντων, πρέπει να γίνει διαχωρισμός του κελύφους (μια διαδικασία η οποία καλείται “ξεφλούδισμα”) και διαχωρισμός του πίτουρου (“άλεσμα”). Στις ορεινές περιοχές του βόρειου Vietnam αφθονούν οι πηγές νερού και οι κάτοικοι χρησιμοποιούν ένα υδροκίνητο γουδί για το άλεσμα του ρυζιού, δηλαδή το διαχωρισμό του πίτουρου. Η Εικόνα 1 δείχνει ένα από αυτά τα γουδιά. Η εικόνα 2 δείχνει πως δουλεύει αυτό.

B. Σχεδίαση και λειτουργία

1. Σχεδίαση

Η διάταξη στην Εικόνα 1 έχει τα παρακάτω μέρη:

Το γουδί, είναι το ξύλινο δοχείο μέσα στο οποίο τοποθετείται το ρύζι

Ο μοχλός, είναι ένας κορμός δένδρου του οποίου το δεξιό άκρο είναι λεπτότερο από το αριστερό. Μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα.. Το γουδοχέρι είναι προσαρμοσμένο κάθετα στο μοχλό στο λεπτότερο άκρο του. Το μήκος που έχει το γουδοχέρι είναι τέτοιο, ώστε να ακουμπά το ρύζι που βρίσκεται στο γουδί, όταν ο μοχλός είναι οριζόντιος. Το αριστερό άκρο του μοχλού είναι λαξευμένο ώστε να σχηματίζει μια κοιλότητα. Το σχήμα της κοιλότητας έχει μεγάλη σημασία για τη λειτουργία της διάταξης.

2. Τρόπος λειτουργίας

Η διάταξη έχει δύο φάσεις.

Φάση λειτουργίας. Στη φάση αυτή, η διάταξη ακολουθεί ένα κύκλο λειτουργίας ο οποίος φαίνεται στην Εικόνα 2.

Το άλεσμα του ρυζιού γίνεται από τη μεταφορά ενέργειας μέσω έργου από το γουδοχέρι στο ρύζι κατά το βήμα (f) του κύκλου λειτουργίας, ο οποίος φαίνεται στην Εικόνα (2).

Αν, για κάποιο λόγο, το γουδοχέρι ποτέ δεν ακουμπά το ρύζι, λέμε ότι η διάταξη γουδί δεν λειτουργεί.

Φάση ηρεμίας. Κατά τη διάρκεια το βήματος (e) του κύκλου λειτουργίας (Εικόνα 2), καθώς η γωνία α αυξάνεται, η ποσότητα του νερού στην κοιλότητα μειώνεται. Κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, η ποσότητα του νερού είναι τόση ακριβώς ώστε η διάταξη να ισορροπεί. Η γωνία αυτή τη στιγμή υποδηλώνεται με το β . Αν ο μοχλός σχηματίζει γωνία β και η αρχική γωνιακή του ταχύτητα είναι μηδέν, τότε ο μοχλός θα παραμείνει στην θέση αυτή για πάντα. Αυτή είναι η φάση ηρεμίας με το μοχλό ανεβασμένο. Η

ευστάθεια της θέσης αυτής εξαρτάται από το ρυθμό Φ , με τον οποίο πέφτει το νερό στην κοιλότητα. Αν το Φ υπερβεί κάποια τιμή Φ_2 , τότε η φάση ηρεμίας είναι σταθερή, και η διάταξη γουδί δεν έρχεται στη φάση λειτουργίας. Με άλλα λόγια, το Φ_2 είναι ο ελάχιστος ρυθμός με τον οποίο πρέπει να πέφτει το νερό ώστε η διάταξη να μην λειτουργεί.



Εικόνα 1

Μια υδροκίνητη διάταξη “γουδί” για ρύζι

ΚΥΚΛΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΗΣ ΥΔΡΟΚΙΝΗΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ “ΓΟΥΔΙ” ΓΙΑ ΡΥΖΙ

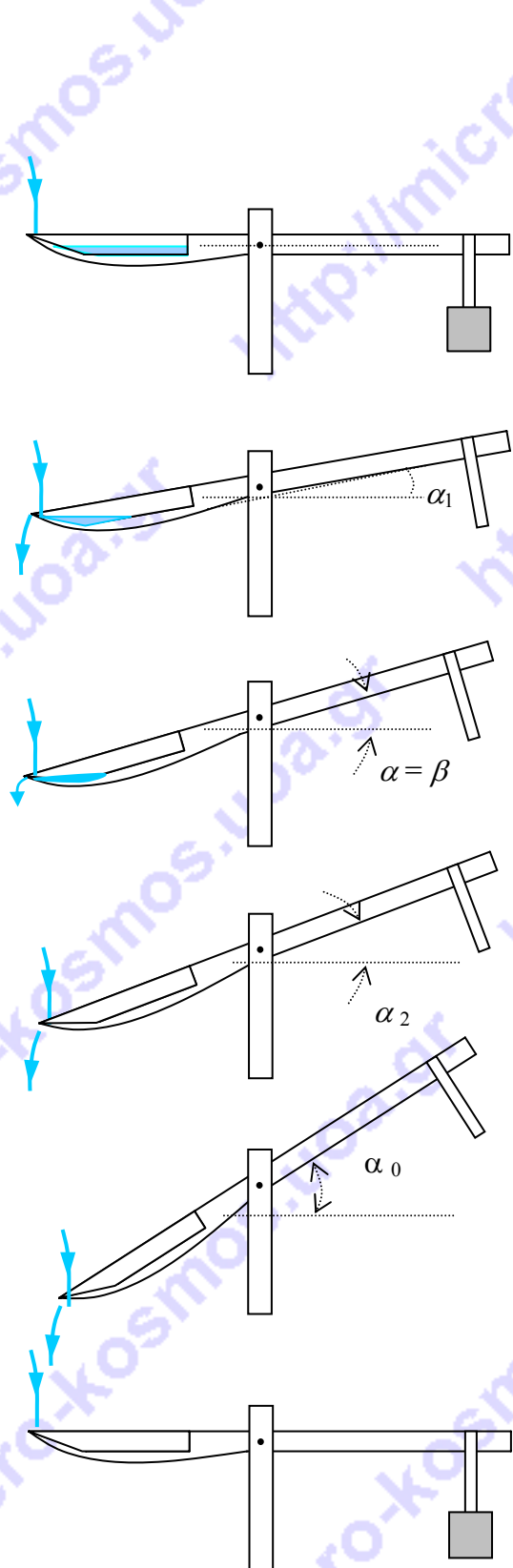


Figure 2.

a) Στην αρχή δεν υπάρχει νερό στη κοιλότητα, το γουδοχέρι βρίσκεται ακίνητο μέσα στο γουδί. Νερό πέφτει μέσα στην κοιλότητα με μικρό ρυθμό, αλλά για κάποιο χρόνο ο μοχλός παραμένει σε οριζόντια θέση.

b) Σε κάποια στιγμή η ποσότητα του νερού είναι αρκετή για να ανεβάσει το μοχλό και το γουδοχέρι. Λόγω της ανόδου αυτής, χύνεται νερό από την ακραία πλευρά της κοιλότητας, γέρνοντας τον μοχλό πιο γρήγορα.. Το νερό αρχίζει να χύνεται όταν $\alpha = \alpha_1$.

c) Καθώς η γωνία α αυξάνεται, το νερό αρχίζει να χύνεται. Σε μια συγκεκριμένη γωνία, $\alpha = \beta$, η συνολική ροπή είναι μηδέν.

d) Καθώς η α συνεχίζει να αυξάνεται, το νερό συνεχίζει να χύνεται μέχρις ότου δε μείνει καθόλου νερό στο δοχείο.

e) η α συνεχίζει να αυξάνεται λόγω αδράνειας. Λόγω του σχήματος της κοιλότητας, νερό πέφτει μέσα στην κοιλότητα αλλά αμέσως χύνεται έξω από αυτήν. Η κίνηση, λόγω αδράνειας, του μοχλού συνεχίζεται μέχρι η α πάρει τη μέγιστη τιμή της α_0 .

f) Χωρίς νερό στην κοιλότητα, το βάρος του μοχλού τον σπρώχνει πίσω στην αρχική του οριζόντια θέση. Το γουδοχέρι δίνει στο γουδί (με το ρύζι) ένα ισχυρό χτύπημα και ένας νέος κύκλος αρχίζει.

Γ. Το πρόβλημα

Θεωρήστε την υδροκίνητη διάταξη γουδί για ρύζι με τις ακόλουθες παραμέτρους (Εικόνα 3)

Η μάζα του μοχλού (με το γουδοχέρι μαζί αλλά χωρίς νερό) είναι $M = 30 \text{ kg}$,

Το κέντρο μάζας του μοχλού είναι το G. Ο μοχλός περιστρέφεται γύρω από τον άξονα T (ο οποίος φαίνεται στο σημείο T της εικόνας).

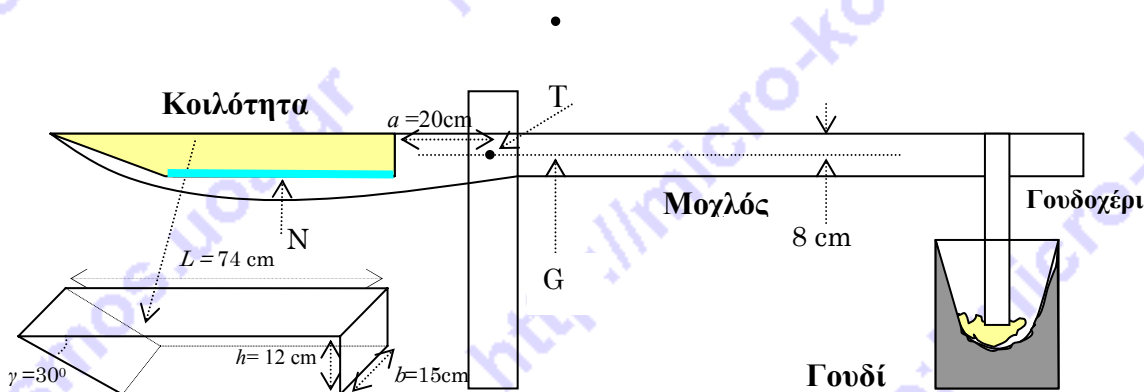
Η ροπή αδράνειας του μοχλού ως προς τον T είναι $I = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Όταν υπάρχει νερό στην κοιλότητα, η μάζα του νερού υποδηλώνεται ως m , το κέντρο μάζας της ποσότητας του νερού υποδηλώνεται ως N.

Η γωνία κλίσης του μοχλού σε σχέση με τον οριζόντιο άξονα είναι α .

Οι κύριες μετρήσεις των μηκών στη διάταξη φαίνονται στην Εικόνα 3.

Αγνοείτε την τριβή στον άξονα περιστροφής και τη δύναμη λόγω της πτώσης του νερού μέσα στην κοιλότητα. Υποθέστε ότι η επιφάνεια του νερού είναι συνεχώς οριζόντια.



Εικόνα 3. Σχεδίαση και διαστάσεις της διάταξης γουδί για ρύζι

1. Η δομή της διάταξης

Στην αρχή, η κοιλότητα είναι άδεια, και ο μοχλός είναι οριζόντιος. Μετά πέφτει νερό στην κοιλότητα μέχρις ότου ο μοχλός αρχίσει να περιστρέφεται. Η ποσότητα του νερού στην κοιλότητα αυτή τη στιγμή είναι $m = 1.0 \text{ kg}$.

1.1. Καθορίστε την απόσταση μεταξύ του κέντρου μάζας G του μοχλού και του άξονα περιστροφής T. Είναι γνωστό ότι η GT είναι οριζόντια, όταν η κοιλότητα είναι άδεια.

1.2. Το νερό αρχίζει να χύνεται έξω από την κοιλότητα, όταν η γωνία μεταξύ του μοχλού και του οριζόντιου άξονα φτάνει την τιμή α_1 . Η κοιλότητα είναι εντελώς άδεια

όταν η γωνία είναι α_2 . Καθορίστε τις α_1 και α_2 .

1.3. Έστω $\mu(\alpha)$ η συνολική ροπή (ως προς τον άξονα T), η οποία προέρχεται από το βάρος του μοχλού και του νερού στην κοιλότητα. Η $\mu(\alpha)$ είναι μηδέν, όταν $\alpha = \beta$. Βρείτε την β και την μάζα m_1 του νερού στην κοιλότητα τη στιγμή αυτή.

2. Παράμετροι της φάσης λειτουργίας

Έστω ότι το νερό πέφτει μέσα στην κοιλότητα με ρυθμό Φ , ο οποίος είναι σταθερός και μικρός. Η ποσότητα του νερού, η οποία πέφτει μέσα στην κοιλότητα όταν ο μοχλός είναι σε κίνηση είναι αμελητέα.

2.1. Παραστήσατε γραφικά τη ροπή μ σε σχέση με τη γωνία α , δηλαδή $\mu(\alpha)$, κατά τη διάρκεια του κύκλου λειτουργίας. Σημειώστε εμφανώς τις τιμές της α και της $\mu(\alpha)$ τουλάχιστον στα ακρότατα και τα σημεία μηδενισμού, αρχικό και ενδιάμεσο.

2.2. Από το παραπάνω γράφημα της 2.1., συζητήστε και δώστε τη γεωμετρική ερμηνεία της τιμής της ολικής ενέργειας W_{total} , η οποία μεταφέρεται μέσω της $\mu(\alpha)$ και της ενέργειας W_{pounding} , η οποία μεταφέρεται μέσω έργου από το γουδοχέρι στο ρύζι.

2.3. Από το γράφημα το οποίο αναπαριστά την μ σε σχέση με την α , εκτιμήστε την α_0 και το W_{pounding} (υποθέστε ότι η κινητική ενέργεια του νερού που πέφτει μέσα στην κοιλότητα και εκείνου που χύνεται από αυτήν ως αμελητέες.) Θα μπορούσατε να κάνετε γραμμές zigzag αντί για καμπύλες, αν αυτό απλούστευε τους υπολογισμούς.

3. Φάση ηρεμίας

Έστω ότι το νερό πέφτει στην κοιλότητα με σταθερό ρυθμό Φ , αλλά κάποιος δεν θα μπορούσε να αγνοήσει την ποσότητα του νερού που πέφτει μέσα στην κοιλότητα κατά τη διάρκεια της κίνησης του μοχλού.

3.1. Υποθέτωντας ότι η κοιλότητα είναι συνεχώς γεμάτη με νερό,

3.1.1. Κάντε τη γραφική παράσταση της ροπής μ συναρτήσει της γωνίας α , στην οποία να φαίνεται ότι η ροπή είναι μηδέν, όταν $\alpha = \beta$. Σε ποιο είδος ισορροπίας του μοχλού ανήκει η θέση $\alpha = \beta$;

3.1.2. Βρείτε τη μαθηματική σχέση της ροπής $\mu(\alpha)$ συναρτήσει της $\Delta\alpha$ όταν η $\alpha = \beta + \Delta\alpha$ και $\Delta\alpha$ είναι μικρή.

3.1.3. Γράψτε την εξίσωση της κίνησης του μοχλού, ο οποίος κινείται με μηδενική αρχική ταχύτητα, από τη θέση $\alpha = \beta + \Delta\alpha$ ($\Delta\alpha$ είναι μικρό). Δείξτε ότι η κίνηση είναι, με καλή ακρίβεια, αρμονική ταλάντωση. Υπολογίστε την περίοδο της τ .

3.2. Σε δεδομένο Φ , η κοιλότητα είναι ξεχειλισμένη από νερό συνεχώς, μόνο αν ο μοχλός κινείται αρκετά αργά. Υπάρχει ένα άνωτατο όριο στο πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης, το οποίο εξαρτάται από το Φ . Καθορίστε την ελάχιστη τιμή Φ_1 για το Φ (σε kg/s), έτσι ώστε ο μοχλός να εκτελεί αρμονική ταλάντωση με πλάτος 1° .

3.3. Υποθέστε ότι το Φ είναι αρκετά μεγάλο, ώστε κατά τη διάρκεια της κίνησης του μοχλού, όταν η γωνία κλίσης μειώνεται από α_2 σε α_1 η κοιλότητα είναι μονίμως γεμάτη με νερό. Εντούτοις, εάν το Φ είναι πολύ μεγάλο, η διάταξη γουδί δε μπορεί να λειτουργήσει. Υποθέτοντας ότι η κίνηση του μοχλού είναι εκείνη ενός αρμονικού ταλαντωτή, εκτιμήστε τον ελάχιστο ρυθμό Φ_2 ώστε η διάταξη γουδί να μην λειτουργεί.