

ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ CHERENKON ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΤΗΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ

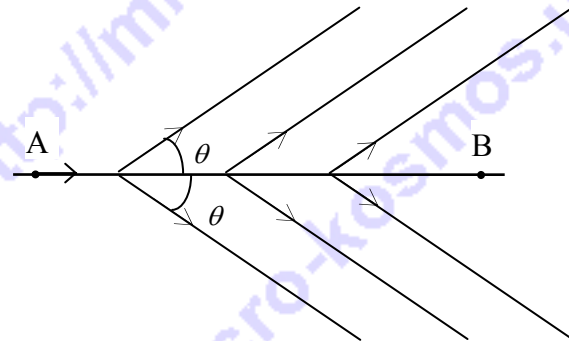
Το φως διαδίδεται στο κενό με ταχύτητα c . Δεν υπάρχει σωματίδιο που να κινείται με ταχύτητα μεγαλύτερη από το c . Όμως είναι δυνατό, μέσα σε ένα διαφανές μέσο, το σωματίδιο να κινείται με ταχύτητα v μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο ίδιο μέσο $\frac{c}{n}$, όπου n ο δείκτης διάθλασης του μέσου. Πείραμα (Cherenkov, 1934) και

θεωρία (Tamm and Frank, 1937) έδειξαν ότι ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα v μέσα σε ένα διαφανές μέσο με δείκτη διάθλασης n τέτοιο ώστε

$v > \frac{c}{n}$, εκπέμπει ακτινοβολία, η οποία

ονομάζεται ακτινοβολία Cherenkov, σε διευθύνσεις που σχηματίζουν με την τροχιά

μια γωνία $\theta = \arccos \frac{1}{\beta n}$ (1)



Όπου $\beta = \frac{v}{c}$.

1. Για να θεμελιώσουμε αυτό το γεγονός, θεωρήστε ένα σωματίδιο το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v > \frac{c}{n}$ σε ευθεία γραμμή. Το σωματίδιο περνά από το σημείο A τη

χρονική στιγμή 0 και από το B τη χρονική στιγμή t_1 . Καθώς το πρόβλημα είναι συμμετρικό σε σχέση με περιστροφές γύρω από το AB, είναι ικανοποιητικό να λάβουμε υπόψη τις ακτίνες στο επίπεδο που περιέχει το AB.

Σε οποιοδήποτε σημείο C μεταξύ A και B, το σωματίδιο εκπέμπει σφαιρικό κύμα φωτός, το οποίο διαδίδεται με ταχύτητα $\frac{c}{n}$. Καθορίζουμε το μέτωπο του κύματος σε ορισμένη χρονική στιγμή t ως η περιβάλλουσα κοινή εφαπτομένη όλων αυτών των σφαιρών την ίδια χρονική.

1.1. Να καθορίσετε το μέτωπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 και να σχεδιάσετε την τομή του με το επίπεδο που περιέχει την τροχιά του σωματιδίου.

1.2. Να εκφράσετε τη γωνία φ μεταξύ αυτής της τομής και της τροχιάς του σωματιδίου σε συνάρτηση με τα n και β .

2. Υποθέτουμε ότι μια δέσμη σωματιδίων κινείται με ταχύτητα $v > \frac{c}{n}$, έτσι ώστε η γωνία θ να είναι μικρή, κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής IS. Η δέσμη συναντά ένα κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο, εστιακής απόστασης f και κέντρου C, στο σημείο S. Το SC σχηματίζει με το SI, μικρή γωνία α (βλέπε σχήμα στο φύλλο απαντήσεων). Η δέσμη των σωματιδίων σχηματίζει είδωλο σε σχήμα δακτυλίου πάνω στο εστιακό επίπεδο του κατόπτρου. Να εξηγήσετε με τη βοήθεια σχεδιαγράμματος γιατί συμβαίνει αυτό το φαινόμενο. Να δείξετε στο σχήμα τη θέση του κέντρου O και την ακτίνα r του ειδώλου σχήματος δακτυλίου.

Αυτή η διαδικασία χρησιμοποιείται στους μετρητές *Cherenkov* απεικόνισης δακτυλίων, *ring imaging Cherenkov counters* (RICH) και το μέσο στο οποίο το σωματίδιο διασχίζει ονομάζεται ακτινοβολητής (*radiator*).

Σημείωση: σε όλα τα ερωτήματα αυτού του προβλήματος, όροι δευτέρας τάξης και μεγαλύτερης των α και θ να μην ληφθούν υπόψη.

3. Μια δέσμη σωματιδίων γνωστής ορμής $p = 10.0 \text{ GeV}/c$ αποτελείται από τρεις τύπους σωματιδίων: πρωτόνια, καόνια και πόνια, με μάζα ηρεμίας $M_p = 0.94 \text{ GeV}/c^2$, $M_k = 0.50 \text{ GeV}/c^2$ και $M_\pi = 0.14 \text{ GeV}/c^2$, αντίστοιχα. Λάβετε υπόψη ότι pc και Mc^2 έχουν διαστάσεις ενέργειας, και ότι 1 eV είναι η ενέργεια που αποκτά ένα ηλεκτρόνιο όταν επιταχυνθεί μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού 1 V, και $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$, $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$.

Η δέσμη σωματιδίων διασχίζει ένα αέριο μέσο (ακτινοβολητή) υπό πίεση P . Ο δείκτης διάθλασης του αέρα εξαρτάται από την πίεση του αέρα P , η οποία υπολογίζεται σε ατμόσφαιρες, σύμφωνα με τη σχέση:

$$n = 1 + 2.7 \times 10^{-4} P$$

3.1. Υπολογίστε για κάθε ένα από τους τρεις τύπους σωματιδίων την ελάχιστη τιμή P_{\min} της πίεσης του αέρα έτσι ώστε να συμβαίνει η εκπομπή Cherenkov.

3.2. Υπολογίστε την τιμή της πίεσης $P_{\frac{1}{2}}$ έτσι ώστε η απεικόνιση δακτυλίου των καονίων να έχει ακτίνα ίση με το μισό αυτής που αντιστοιχεί για τα πόνια. Υπολογίστε τις τιμές των θ_k και θ_π στην περίπτωση αυτή.

Είναι δυνατό να παρατηρηθεί απεικόνιση δακτυλίου από τη δέσμη πρωτονίων κάτω από την πίεση αυτή;

4. Υποθέστε τώρα ότι η δέσμη δεν είναι τελείως μονοχρωματική: οι ορμές των σωματιδίων κατανέμονται σε μια περιοχή τιμών γύρω από τα $10 \text{ GeV}/c$ με μια μεταβολή Δp . Αυτό κάνει την απεικόνιση δακτυλίου να γίνεται πιο φαρδιά με μια αντίστοιχη μεταβολή $\Delta\theta$ των γωνιών θ . Η τιμή της πίεσης του ακτινοβολητή, $\frac{P_1}{2}$, είναι αυτή που υπολογίστηκε στο 3.2.

4.1. Υπολογίστε τις τιμές των $\frac{\Delta\theta_\kappa}{\Delta p}$ και $\frac{\Delta\theta_\pi}{\Delta p}$, για τα καόνια και πιόνια αντίστοιχα.

4.2. Όταν η διαφορά μεταξύ των δύο απεικονίσεων δακτυλίων, $\theta_\pi - \theta_\kappa$, είναι μεγαλύτερη του δεκαπλασίου του αθροίσματος $\Delta\theta = \Delta\theta_\kappa + \Delta\theta_\pi$, δηλαδή όταν $\theta_\pi - \theta_\kappa > 10 \Delta\theta$, είναι δυνατό να διακρίνουμε καθαρά τις δύο απεικονίσεις. Υπολογίστε τη μέγιστη τιμή του Δp ώστε οι δύο απεικονίσεις δακτυλίων να μπορούν να διακρίνονται καθαρά.

5. Ο Cherenkov ανακάλυψε πρώτος το φαινόμενο αυτό που φέρει το όνομά του παρατηρώντας μια μπουκάλα με νερό που βρισκόταν κοντά σε ραδιενεργό πηγή. Παρατήρησε ότι το νερό της μπουκάλας εξέπεμπε φως.

5.1. Υπολογίστε την ελάχιστη κινητική ενέργεια T_{\min} που πρέπει να έχει ένα σωματίδιο, μάζας ηρεμίας M , που κινείται μέσα στο νερό ώστε να εκπέμπει ακτινοβολία Cherenkov. Ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι $n = \frac{4}{3}$.

5.2. Η ραδιενεργός πηγή που χρησιμοποιούσε ο Cherenkov, εκπέμπει σωματίδια α (i.e. πυρήνες ηλίου) που έχουν μάζα ηρεμίας $M_\alpha = 3.8 \text{ GeV}/c^2$ ή σωματίδια β (i.e. ηλεκτρόνια) που έχουν μάζα ηρεμίας $M_e = 0.51 \text{ MeV}/c^2$. Υπολογίστε τις αριθμητικές τιμές της T_{\min} για σωματίδια α και σωματίδια β .

Γνωρίζοντας ότι η κινητική ενέργεια των σωματιδίων που εκπέμπονται από ραδιενεργές πηγές δεν υπερβαίνει ποτέ τα μερικά, να βρείτε ποια σωματίδια μπορούν να δώσουν την ακτινοβολία που παρατηρήθηκε από τον Cherenkov.

6. Στα προηγούμενα σημεία του προβλήματος αγνοήσαμε την εξάρτηση του φαινομένου Cherenkov από το μήκος κύματος λ . Θα λάβουμε τώρα υπόψη ότι η ακτινοβολία Cherenkov από ένα σωματίδιο έχει ένα ευρύ συνεχές φάσμα που περιλαμβάνει και την ορατή περιοχή. (μήκη κύματος από 0.4 μm μέχρι 0.8 μm). Γνωρίζουμε επίσης ότι ο δείκτης διάθλασης n του ακτινοβολητή ελαττώνεται γραμμικά μέχρι 2% του $n-1$ όταν το λ αυξάνεται σε αυτή την περιοχή τιμών του ορατού φάσματος.

6.1. Θεωρήστε ότι μια δέσμη πιονίων με καθορισμένη ορμή, τιμής 10.0 GeV/c κινείται στον αέρα υπό πίεση 6 atm. Υπολογίστε τη μεταβολή στη γωνία $\delta\theta$ που σχετίζεται με τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή του ορατού φάσματος.

6.2. Με αυτά τα δεδομένα μελετήστε ποιοτικά την επίδραση της διασποράς της απεικόνισης του δακτυλίου των πιονίων με ορμές που κατανέμονται σε ένα εύρος τιμών γύρω από την τιμή $p = 10$ GeV/c και έχοντας μεταβολή $\Delta p = 0.3$ GeV/c.

6.2.1. Υπολογίστε τη διεύρυνση που οφείλεται στο διασκεδασμό (μεταβλητός δείκτης διάθλασης) και στον αχρωματικό χαρακτήρα της δέσμης (ποικίλες τιμές ορμής).

6.2.2. Περιγράψτε με ποιο τρόπο το χρώμα των απεικονίσεων δακτυλίων μεταβάλλεται από μέσα προς τα έξω συμπληρώνοντας κατάλληλα τα τετράγωνα στο φύλλο απαντήσεων.