

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ Νο. 2
ΔΕΙΚΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΥ (MICA)

Σκοπός αυτού του πειράματος είναι ο υπολογισμός του δείκτη διάθλασης ενός κρυσταλλικού υλικού (mica).

ΟΡΓΑΝΑ ΚΑΙ ΥΛΙΚΑ

Επιπρόσθετα από τα υλικά 1), 2) και 3), αναμένεται να χρησιμοποιήσετε,

14) Δύο πλακίδια πόλωσης (πολωτές) ενσωματωμένα σε στηρίγματα, το καθένα με βάση στήριξης (με ετικέτα J). Παρατηρήστε την εικόνα για επιπρόσθετες πληροφορίες.

15) Λεπτή κρυσταλλική μεμβράνη (Mica) ενσωματωμένη σε πλαστικό υλικό σε σχήμα κυλίνδρου με κλίμακα χωρίς αριθμούς (μόνο χαραγές), στηρίγμα για τον κύλινδρο (με ετικέτα K). Παρατηρήστε την εικόνα για επιπρόσθετες πληροφορίες.

16) Υλικά φωτοανίχνευσης. Φωτοανιχνευτής σε πλαστικό δοχείο, καλώδια και στηρίγμα. Πολύμετρο για τη μέτρηση της τάσης του φωτοανιχνευτή (με ετικέτα L). Παρατηρήστε την εικόνα για επιπρόσθετες πληροφορίες.

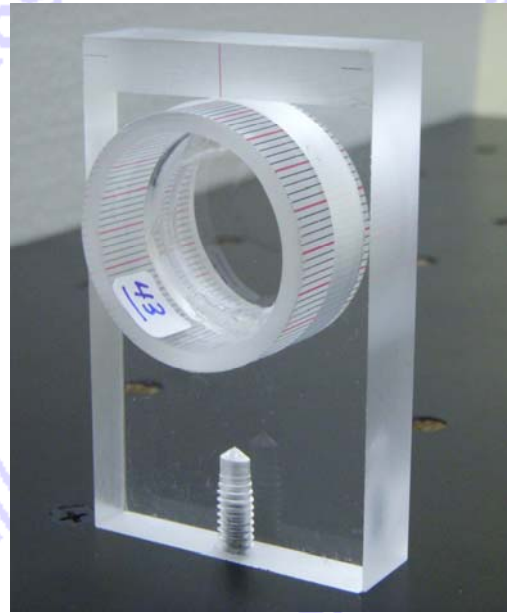
17) Υπολογιστική μηχανή.

18) Λευκές κάρτες, κολλητική ταινία, ψαλίδι, σετ τριγώνων, κολλητική ουσία.

13) Μολύβια, κόλες, χαρτί για γραφική παράσταση.



Πλακίδιο πόλωσης με βάση στήριξης
(με ετικέτα J).



Λεπτή μεμβράνη mica μέσα σε κύλινδρο
με κλίμακα χωρίς αριθμούς, και βάση
στήριξης (με ετικέτα K).

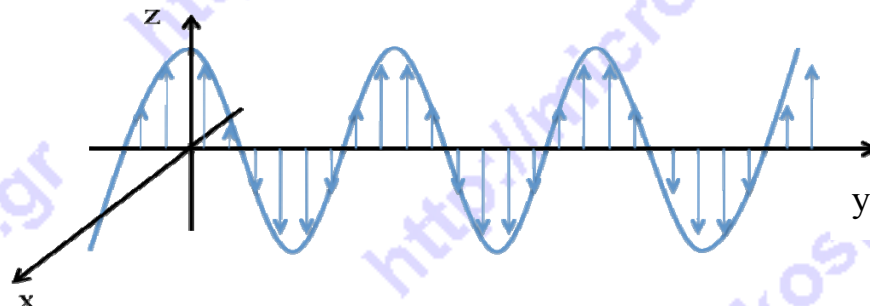


Φωτοανιχνευτής σε πλαστικό κιβώτιο, καλώδια και βάση. Πολύμετρο για τη μέτρηση της τάσης του φωτοανιχνευτή (με ετικέτα L). Βάλτε τα καλώδια όπως δείχνει η εικόνα.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

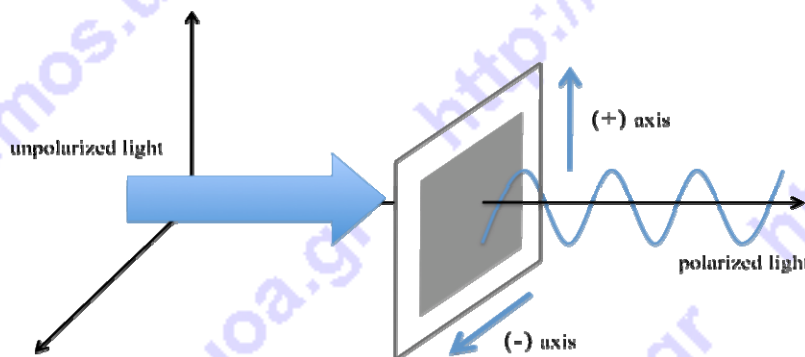
Το φως είναι εγκάρσιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα με το ηλεκτρικό πεδίο να βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης και ταλαντεύεται με το χρόνο καθώς διαδίδεται στο χώρο.

Εάν η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου παραμένει με το χρόνο να ταλαντεύεται κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής, το κύμα ονομάζεται γραμμικά πολωμένο, η απλά πολωμένο. (βλέπε το Σχήμα 2.1).



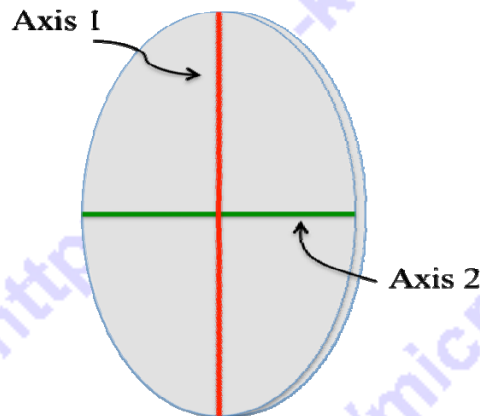
Σχήμα 2.1 Κύμα που διαδίδεται στη διεύθυνση y και είναι πολωμένο στη διεύθυνση z .

Ένα υλικό που μπορεί να πολώσει το φως ονομάζεται πολωτής. Ο άξονας πόλωσης (+) είναι η ευθεία κατά μήκος της οποίας το φως είναι γραμμικά πολωμένο. Ο άξονας (-) είναι κάθετος στον πρώτο άξονα.



Σχήμα 2.2 Μη πολωμένο φως προσπίπτει κάθετα σε πολωτή. Το εξερχόμενο φως είναι πολωμένο στη (+) διεύθυνση του πολωτή.

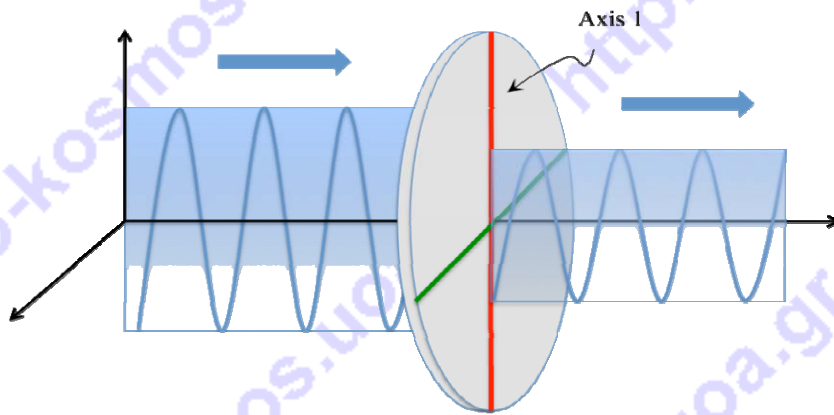
Τα κοινά διαφανή υλικά (όπως το κοινό γυαλί) αφήνουν το φως να περάσει διαμέσου των με την ίδια πόλωση όπως το προσπίπτων φως, επειδή ο δείκτης διάθλασης του υλικού δεν εξαρτάται από τη διεύθυνση ή/και την πόλωση του προσπίπτοντος φωτός. Πολλά κρυσταλλικά υλικά, όπως το υλικό mica, εντούτοις, είναι ευαίσθητα στη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος. Για διάδοση του φωτός κάθετη στην επιφάνεια, το υλικό mica έχει δύο χαρακτηριστικούς άξονες, τους οποίους θα ονομάσουμε Άξονα 1 και Άξονα 2. Αυτό οδηγεί στο φαινόμενο με την ονομασία birefringence.



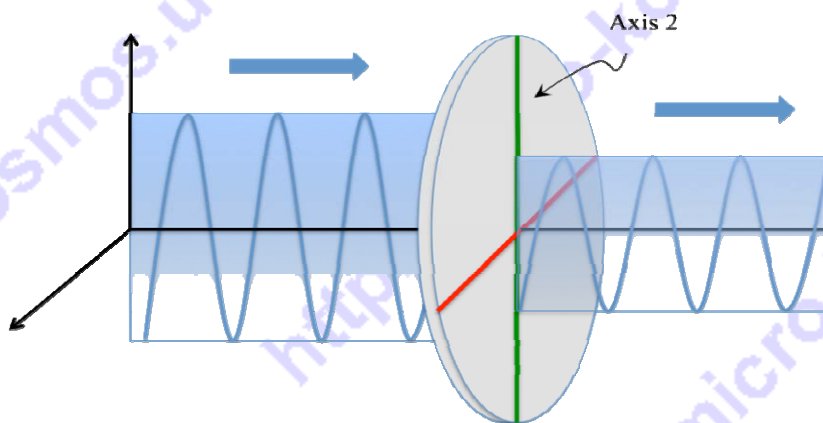
Σχήμα 2.3 Λεπτή μεμβράνη από το κρυσταλλικό υλικό mica με τους δύο άξονες, Άξονας 1 (κόκκινος) και Άξονας 2 (πράσινος).

Ας αναλύσουμε δύο απλές περιπτώσεις για να κατανοήσουμε το φαινόμενο αυτό. Υποθέστε ότι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα **πολωμένο στην κάθετη διεύθυνση** προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια λεπτής πλάκας κρυστάλλου mica.

Περίπτωση 1) Ο Άξονας 1 ή ο Άξονας 2 είναι παράλληλος στη διεύθυνση πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος. Το κύμα εξέρχεται από το κρυσταλλικό υλικό, χωρίς αλλαγή του επιπέδου πόλωσης. Η διάδοση του κύματος είναι τέτοια ώστε το υλικό να παρουσιάζει είτε δείκτη διάθλασης n_1 είτε n_2 για τους Άξονες 1 ή 2 αντίστοιχα. Βλέπε Σχήματα 2.4 και 2.5.

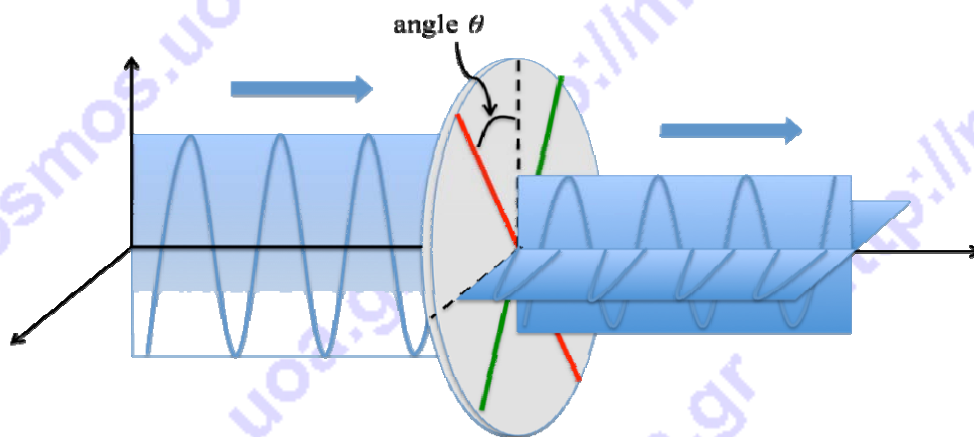


Σχήμα 2.4. Ο Άξονας 1 είναι παράλληλος στη διεύθυνση πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος. Ο δείκτης διάθλασης είναι n_1 .



Σχήμα 2.5 Ο Άξονας 2 είναι παράλληλος στη διεύθυνση πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος. Ο δείκτης διάθλασης είναι n_2 .

Περίπτωση 2) Ο Άξονας 1 σχηματίζει γωνία θ με τη διεύθυνση πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος. Το κύμα που εξέρχεται από το κρυσταλλικό υλικό έχει πιο πολύπλοκη κατάσταση πόλωσης. Αυτό το κύμα, εντούτοις, μπορεί να θεωρηθεί ως η υπέρθεση δύο κυμάτων με διαφορετικές φάσεις, ένα το οποίο έχει πόλωση **παράλληλη** με την πόλωση του προσπίπτοντος κύματος (i.e. «κάθετο») και ενός δευτέρου το οποίο έχει πόλωση **κάθετη** με την πόλωση του προσπίπτοντος κύματος (i.e. «οριζόντιο»).



Σχήμα 2.6 Ο Άξονας 1 σχηματίζει γωνία θ με τη διεύθυνση πόλωσης του κύματος.

Έστω I_p η ένταση του κύματος που εξέρχεται από το κρυσταλλικό υλικό *παράλληλα* με το επίπεδο πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος και I_o η ένταση του κύματος που εξέρχεται από το κρυσταλλικό υλικό *κάθετα* με το επίπεδο πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος. Οι τιμές των δύο αυτών εντάσεων εξαρτώνται από την τιμή της γωνίας θ , από το μήκος κύματος λ της φωτεινής πηγής, από το πάχος L της λεπτής κρυσταλλικής μεμβράνης και από την απόλυτη τιμή της διαφοράς των δύο δεικτών διάθλασης, $|n_1 - n_2|$. Αυτή η τελευταία ποσότητα αναφέρεται ως birefringence του υλικού. Η μέτρηση αυτής της ποσότητας είναι ο σκοπός αυτού του πειράματος.

Σημειώνουμε σε αυτό το σημείο ότι ο φωτοανιχνευτής μετρά την ένταση του φωτός που προσπίπτει σε αυτόν, ανεξάρτητα της πόλωσης του.

Η εξάρτηση των $I_p(\theta)$ και $I_o(\theta)$ από τη γωνία θ είναι πολύπλοκη εξαιτίας παραγόντων που δεν λήφθηκαν υπόψη, όπως η απορρόφηση του προσπίπτοντος φωτός από το κρυσταλλικό υλικό (mica). Μπορούμε να θεωρήσουμε με αρκετή ακρίβεια εκφράσεις για τις λεγόμενες κανονικές εντάσεις που ορίζονται ως ακολούθως:

$$\bar{I}_p(\theta) = \frac{I_p(\theta)}{I_p(\theta) + I_o(\theta)} \quad (2.1)$$

και

$$\bar{I}_o(\theta) = \frac{I_o(\theta)}{I_p(\theta) + I_o(\theta)} \quad (2.2)$$

Μπορεί να αποδειχτεί ότι οι εντάσεις μπορούν, κατά προσέγγιση, να υπολογιστούν από τις σχέσεις,

$$\bar{I}_p(\theta) = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta) \quad (2.3)$$

και

$$\bar{I}_o(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta) \quad (2.4)$$

όπου $\Delta\phi$ είναι η διαφορά φάσης των δύο κυμάτων, το ένα που εξέρχεται από το κρυσταλλικό υλικό *παράλληλα* με το επίπεδο πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος και του δευτέρου που εξέρχεται από το κρυσταλλικό υλικό *κάθετα* με το επίπεδο πόλωσης του προσπίπτοντος κύματος. Αυτή η ποσότητα δίνεται από τη σχέση

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2| \quad (2.5)$$

όπου L είναι το πάχος της λεπτής κρυσταλλικής μεμβράνης mica, λ είναι το μήκος κύματος του φωτός που προσπίπτει στη μεμβράνη και $|n_1 - n_2|$ είναι η απόλυτη διαφορά των δύο δεικτών διάθλασης (birefringence).

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ

Εργασία 2.1: Πειραματική διάταξη για τη μέτρηση των εντάσεων.

Σχεδιάστε την πειραματική διάταξη για τη μέτρηση των εντάσεων I_p και I_0 του κύματος που εξέρχεται από το κρυσταλλικό υλικό, ως συνάρτηση της γωνίας θ , για ένα οποιοδήποτε οπτικό άξονα, όπως δείχνει το Σχήμα 2.6. Στο σχεδιασμό της διάταξης να σχεδιάσετε κύκλους και μέσα να αναγράψετε τα ονόματα των ετικετών που αντιστοιχούν στα διάφορα όργανα που θα χρησιμοποιήσετε. Χρησιμοποιήστε το σύμβολο (+) και (-) για τη διεύθυνση των πολωτών. Μπορείτε, εάν το επιθυμείτε, να κάμετε απλά επιπρόσθετα σχέδια για να εξηγήσετε την πειραματική διάταξη καλύτερα.

Εργασία 2.1 a) Σχεδιάγραμμα για το I_p (0.5 points).

Εργασία 2.1 b) Σχεδιάγραμμα για το I_0 (0.5 points).

Ευθυγράμμιση φωτός laser. Ευθυγραμμίστε τη δέσμη του φωτός laser έτσι ώστε να είναι παράλληλη με το επίπεδο της οπτικής τράπεζας και να προσπίπτει στο κέντρο του κυλίνδρου που κρατεί τη μεμβράνη του κρυσταλλικού υλικού, mica. Μπορείτε να κάμετε μικρές ρυθμίσεις με τις δύο βίδες που περιστρέφουν τον καθρέπτη και να χρησιμοποιήσετε ένα από τα λευκά χαρτόνια για να ακολουθήσετε την πορεία της δέσμης.

Φωτοανιχνευτής και Πολύμετρο.

Ο φωτοανιχνευτής παράγει τάση όταν το φως προσπίπτει σε αυτό. Η τάση αυτή μετρείται με ένα πολύμετρο. Η τάση που παράγεται είναι ευθέως ανάλογη με την ένταση του φωτός. Έτσι, καταγράψετε τις εντάσεις από τις τάσεις που καταμετρώνται από το πολύμετρο. Χωρίς να προσπίπτει η δέσμη του laser πάνω στο φωτοανιχνευτή, μπορείτε να καταγράψετε την ένταση του φωτός του περιβάλλοντος που ανιχνεύει ο φωτοανιχνευτής.

Αυτή αναμένεται να είναι μικρότερη από 1 mV. Όταν λαμβάνετε τις μετρήσεις για την ένταση της δέσμης laser δεν χρειάζεται να κάμετε διορθώσεις για την τιμή της έντασης του περιβάλλοντος.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η δέσμη laser είναι μερικώς πολωμένη αλλά δεν είναι γνωστό σε ποια διεύθυνση. Έτσι, για να πάρουμε πολωμένο φως με καλές μετρήσεις για την ένταση, τοποθετήστε ένα πολωτή είτε με τον άξονα (+) ή (-) κάθετα έτσι ώστε να πάρετε εξερχόμενο φως με τη μέγιστη δυνατή ένταση, στην απουσία οποιαδήποτε άλλης οπτικής συσκευής.

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ

Εργασία 2.2: Η κλίμακα για τη γωνιακή ρύθμιση.

Ο κύλινδρος μέσα στον οποίο βρίσκεται το λεπτό φύλλο κρυστάλλου, mica, έχει μια κανονική σειρά χαραγών για τη γωνιακή ρύθμιση. Γράψετε την τιμή σε μοίρες του μικρότερου διαστήματος που αντιστοιχεί μεταξύ δύο χαραγών. **(0.25 points).**

Προσδιορίζοντας (προσεγγιστικά) το μηδέν για τη γωνία θ και/ή τη θέση του άξονα της λεπτής μεμβράνης mica.

Είναι σημαντικό να προσδιορίσετε το μηδέν για τις τιμές της γωνίας θ . Εισηγούμαστε, πρώτα, να προσδιορίσετε τη θέση ενός από τους οπτικούς άξονες. Ονομάστε αυτόν τον άξονα ως Άξονα 1. Είναι σχεδόν σίγουρο ότι αυτή η θέση δεν συμπίπτει με κάποια χαραγή πάνω στον κύλινδρο. Έτσι, θεωρήστε την πλησιέστερη χαραγή στον κύλινδρο ως το σημείο αναφοράς για τις τιμές της γωνίας. Σημειώστε με $\bar{\theta}$ τις γωνίες που μετρούνται από αυτό το σημείο αναφοράς. Πιο κάτω θα σας ζητηθεί να προσδιορίσετε πιο ακριβή θέση για το σημείο μηδέν των γωνιών.

Εργασία 2.3: Μετρήσεις για I_p και I_0 . **(3.0 points)**

Μετρήστε τις εντάσεις I_p και I_0 για όσο πιο πολλές τιμές των γωνιών $\bar{\theta}$ που θεωρείτε αναγκαίο. Καταγράψετε τις τιμές στον Πίνακα I. Προσπαθήστε να παίρνετε μετρήσεις για τις εντάσεις I_p και I_0 για την ίδια ρύθμιση του κυλίνδρου με τη mica, δηλαδή για σταθερή τιμή της γωνίας $\bar{\theta}$, κάθε φορά.

Εργασία 2.4: Προσδιορισμός του σημείου μηδέν για τις γωνίες θ .

Η θέση του Άξονα 1 ορίζει την τιμή μηδέν για τις γωνίες θ . Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, είναι σχεδόν σίγουρο ότι η θέση του Άξονα 1 δεν συμπίπτει με κάποια χαραγή του κυλίνδρου. Για να βρούμε την τιμή μηδέν για τις γωνίες, μπορείτε να προχωρήσετε είτε γραφικά είτε αλγεβρικά. Πολύ κοντά στην ελάχιστη ή μέγιστη τιμή της έντασης, μπορούμε να γράψουμε για την ένταση την εξίσωση,

$$I(\bar{\theta}) \approx a\bar{\theta}^2 + b\bar{\theta} + c.$$

Το μέγιστο ή ελάχιστο της παραβολής δίνεται από τη σχέση,

$$\bar{\theta}_m = -\frac{b}{2a}.$$

Η κάθε μια από τις πιο πάνω μεθόδους δίνει το σφάλμα $\delta\bar{\theta}$ για όλες τις τιμές της $\bar{\theta}$ στον Πίνακα I της εργασίας 2.3, έτσι ώστε μπορούν τώρα να γραφτούν ως γωνίες θ από το κατάλληλο σημείο αναφοράς μηδέν, $\theta = \bar{\theta} + \delta\bar{\theta}$

Γράψετε την τιμή του $\delta\bar{\theta}$ σε μοίρες. **(1.0 point).**

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Εργασία 2.5: Επιλογή των κατάλληλων μεταβλητών. (0.5 points)

Επιλέξτε $\bar{I}_p(\theta)$ ή $\bar{I}_o(\theta)$ για την ανάλυση δεδομένων με σκοπό τον προσδιορισμό της διαφοράς φάσης $\Delta\phi$. Προσδιορίστε τις μεταβλητές που θα χρησιμοποιήσετε.

Εργασία 2.6: Στατιστική ανάλυση και διαφορά φάσης.

- Χρησιμοποιήστε τον Πίνακα II για να γράψετε τις τιμές των μεταβλητών που χρειάζεστε για την ανάλυση. Βεβαιωθείτε ότι χρησιμοποιείτε τις διορθωμένες τιμές για τις γωνίες θ . Συμπεριλάβετε σφάλματα μετρήσεων. Χρησιμοποιήστε τετραγωνισμένο χαρτί για να χαράξετε τις μεταβλητές. **(1.0 point)**
- Κάμετε στατιστική ανάλυση των δεδομένων που χρειάζονται για τον προσδιορισμό της διαφοράς φάσης $\Delta\phi$. Καταγράψετε τα αποτελέσματα μαζί με τα σφάλματα. Γράψετε οποιεσδήποτε εξισώσεις και τύπους χρειάζεστε για την ανάλυση. Χαράξετε τα αποτελέσματα σε τετραγωνισμένο χαρτί. **(1.75 points)**
- Υπολογίστε την τιμή της διαφοράς φάσης $\Delta\phi$ σε ακτίνια (rad), μαζί με το σφάλμα μέτρησης. Προσδιορίστε την τιμή της διαφοράς φάσης στο διάστημα $[0, \pi]$. Γράψετε τις σχέσεις που χρησιμοποιήσατε για τον υπολογισμό του σφάλματος μέτρησης. **(0.5 point)**

Εργασία 2.7: Υπολογισμός της απόλυτης διαφοράς $|n_1 - n_2|$. (1 point)

Σημειώστε ότι εάν προσθέσετε $2N\pi$ στη διαφορά φάσης, με N οποιοσδήποτε ακέραιος, ή εάν αλλάξετε το πρόσημο της φάσης, οι τιμές των εντάσεων δεν αλλάζουν. Εντούτοις, η τιμή $|n_1 - n_2|$ θα αλλάξει. Έτσι, για να χρησιμοποιήσετε την τιμή για τη διαφορά φάσης, $\Delta\phi$, που προσδιορίσατε στην εργασία 2.6, για να υπολογίσετε ορθά την τιμή $|n_1 - n_2|$, πρέπει να λάβετε υπόψη τα ακόλουθα:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2| \quad \text{εάν} \quad L < 82 \times 10^{-6} \text{ m}$$

ή

$$2\pi - \Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2| \quad \text{εάν} \quad L > 82 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Όπου η τιμή L για το πάχος της λεπτής μεμβράνης mica που χρησιμοποιήσατε στο πείραμα αναγράφεται στον κύλινδρο μέσα στον οποίο κρατείται η μεμβράνη. Αυτή η τιμή δίνεται σε μικρόμετρα, μ , ($1 \mu = 10^{-6} \text{ m}$). Χρησιμοποιήστε $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ για το σφάλμα μέτρησης στην τιμή του L . Για το μήκος κύματος του φωτός laser, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την τιμή που βρήκατε στο πρόβλημα 1 ή το μέσο όρο των τιμών $620 \times 10^{-9} \text{ m}$ και $750 \times 10^{-9} \text{ m}$, για το εύρος στην τιμή του μήκους κύματος για το κόκκινο. Καταγράψετε τις τιμές για τα μεγέθη L και λ καθώς και για τη απόλυτη διαφορά $|n_1 - n_2|$ μαζί και με το σφάλμα της μέτρησης. Συμπεριλάβετε οποιεσδήποτε σχέσεις χρησιμοποιήσατε για τον υπολογισμό των σφαλμάτων.