

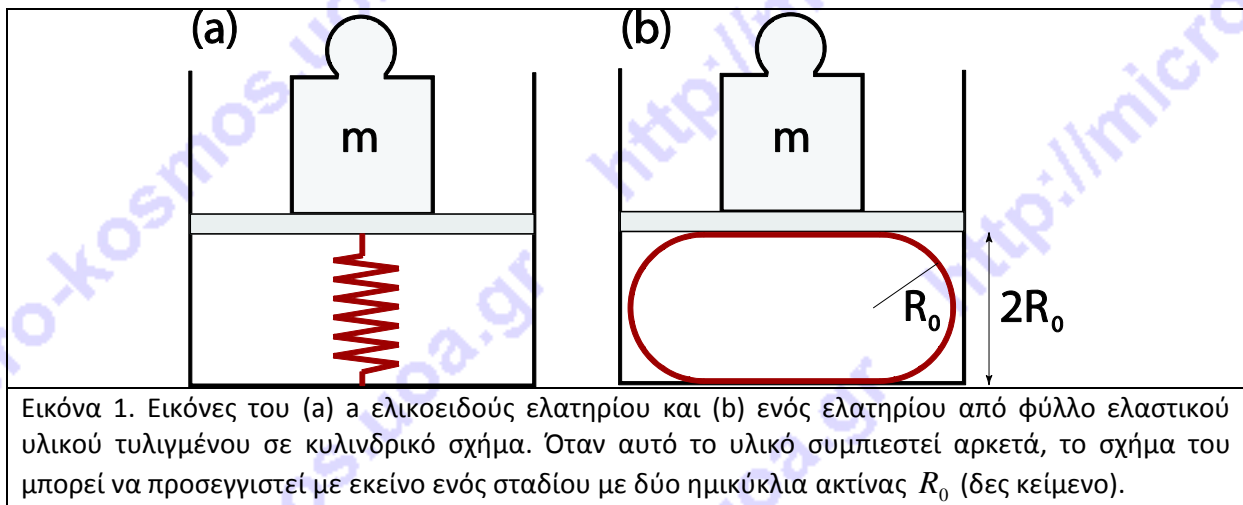
# Πειραματικό πρόβλημα 1

Υπάρχουν δύο πειραματικά προβλήματα. Οι συσκευές, τα υλικά και τα όργανα που διαθέτετε χρησιμοποιούνται και για τα δύο πειράματα. Έχετε στη διάθεση σας 5 ώρες για να ολοκληρώσετε όλη τη διαδικασία αποτελούμενη από τα ζητήματα 1 και 2.

## Πειραματικό Πρόβλημα 1: Ελαστικότητα φύλλων

### Εισαγωγή

Τα ελατήρια είναι αντικείμενα φτιαγμένα από ελαστικά υλικά τα οποία χρησιμοποιούνται για να αποθηκεύουν μηχανική ενέργεια. Τα πλέον γνωστά σπειροειδή ελατήρια περιγράφονται από το νόμο του Hooke, σύμφωνα με τον οποίο το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στον εξωτερικό παράγοντα που προκαλεί αλλαγή του φυσικού του μήκους, είναι ευθέως ανάλογο της απόστασης από το φυσικό του μήκους:  $F = -k\Delta x$  όπου  $k$  η σταθερά του ελατηρίου,  $\Delta x$  είναι η μετατόπιση από τη θέση φυσικού μήκους και  $F$  είναι η δύναμη [δες Εικ. 1(a)]. Εντούτοις, τα ελατήρια μπορεί να έχουν διαφορετικό σχήμα από τα συνήθη ελικοειδή ελατήρια, και για μεγάλες παραμορφώσεις ο νόμος του Hooke, γενικά, δεν ισχύει. Σε αυτό το πρόβλημα μετράμε τις ιδιότητες ενός ελατηρίου που είναι φτιαγμένο από λεπτό φύλλο ελαστικού υλικού, το οποίο φαίνεται στην Εικ. 1(b).



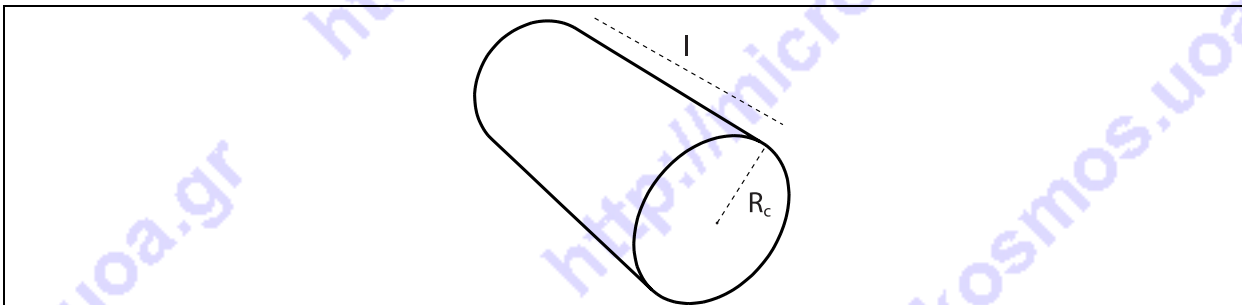
### Διαφανές φύλλο που τυλίγεται σε σχήμα κυλινδρικού ελατηρίου

Υποθέστε ότι παίρνουμε ένα φύλλο από ελαστικό υλικό (i.e. διαφανή μεμβράνη) και το τυλίγουμε ώστε να σχηματίσουμε κύλινδρο. Όσο πιο πολύ το παραμορφώνουμε τόσο πιο πολλή ελαστική ενέργεια αποθηκεύεται στον κύλινδρο. Η ελαστική ενέργεια εξαρτάται από την καμπυλότητα του φύλλου. Τα μέρη του φύλλου με μεγαλύτερη καμπυλότητα αποθηκεύουν περισσότερη ελαστική ενέργεια. (Τα επίπεδα μέρη του φύλλου δεν αποθηκεύουν ενέργεια επειδή η καμπυλότητά τους είναι μηδέν). Τα ελατήρια που χρησιμοποιείτε σε αυτό το πείραμα είναι φτιαγμένα από ορθογώνιες

διαφανές μεμβράνες οι οποίες τυλίγονται σε σχήματα κυλίνδρου (Δες Εικ. 2). Η ελαστική ενέργεια που αποθηκεύεται στον κύλινδρο δίνεται από τη σχέση

$E_{el} = \frac{\kappa}{2} \frac{1}{R_c^2} A,$	(1)
--	-----

Όπου  $A$  είναι το εμβαδόν της επιφάνειας του κυλίνδρου (εξαιρουμένων των βάσεων του),  $R_c$  είναι η ακτίνα του κυλίνδρου, και  $\kappa$  η παράμετρος αναφέρεται ως το μέτρο της ακαμψίας (bending rigidity) και προσδιορίζεται από τις ελαστικές ιδιότητες του υλικού και από το πάχος του φύλλου. Εδώ παραλείπουμε το τέντωμα του φύλλου.



Εικόνα 2. Σχηματική αναπαράσταση του ελαστικού φύλλου τυλιγμένου σε κυλινδρικό σχήμα ακτίνας  $R_c$  και μήκους  $l$ .

Υποθέστε ότι ένας τέτοιος κύλινδρος συμπιέζεται όπως δείχνει η Εικ. 1(b). Για δεδομένη δύναμη ( $F$ ), που ασκείται από την πρέσα, η μετατόπιση από τη θέση ισορροπίας εξαρτάται από την ελαστικότητα της διαφανούς μεμβράνης. Για ένα εύρος τιμών της δύναμης που προκαλεί τη συμπίεση, το σχήμα της επιφάνειας του φύλλου που δέχεται τη συμπίεση μπορεί να προσεγγιστεί ως η επιφάνεια σε σχήμα σταδίου, του οποίου η διατομή αποτελείται από δύο ευθύγραμμα τμήματα και δύο ημικύκλια, το καθένα ακτίνας  $R_0$ . Μπορεί να αποδειχτεί ότι η ενέργεια που αποθηκεύεται στο συμπιεσμένο κύλινδρο παίρνει ελάχιστη τιμή όταν

$R_0^2 = \frac{l\kappa\pi}{2F}.$	(2)
----------------------------------	-----

Η ένδειξη της ζυγαριά που είναι ρυθμισμένη να μετρά γενικά μάζα  $m$ , δίνει τη δύναμη μέσω της  $F = mg$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

### Πειραματική Διάταξη (Πρόβλημα 1)

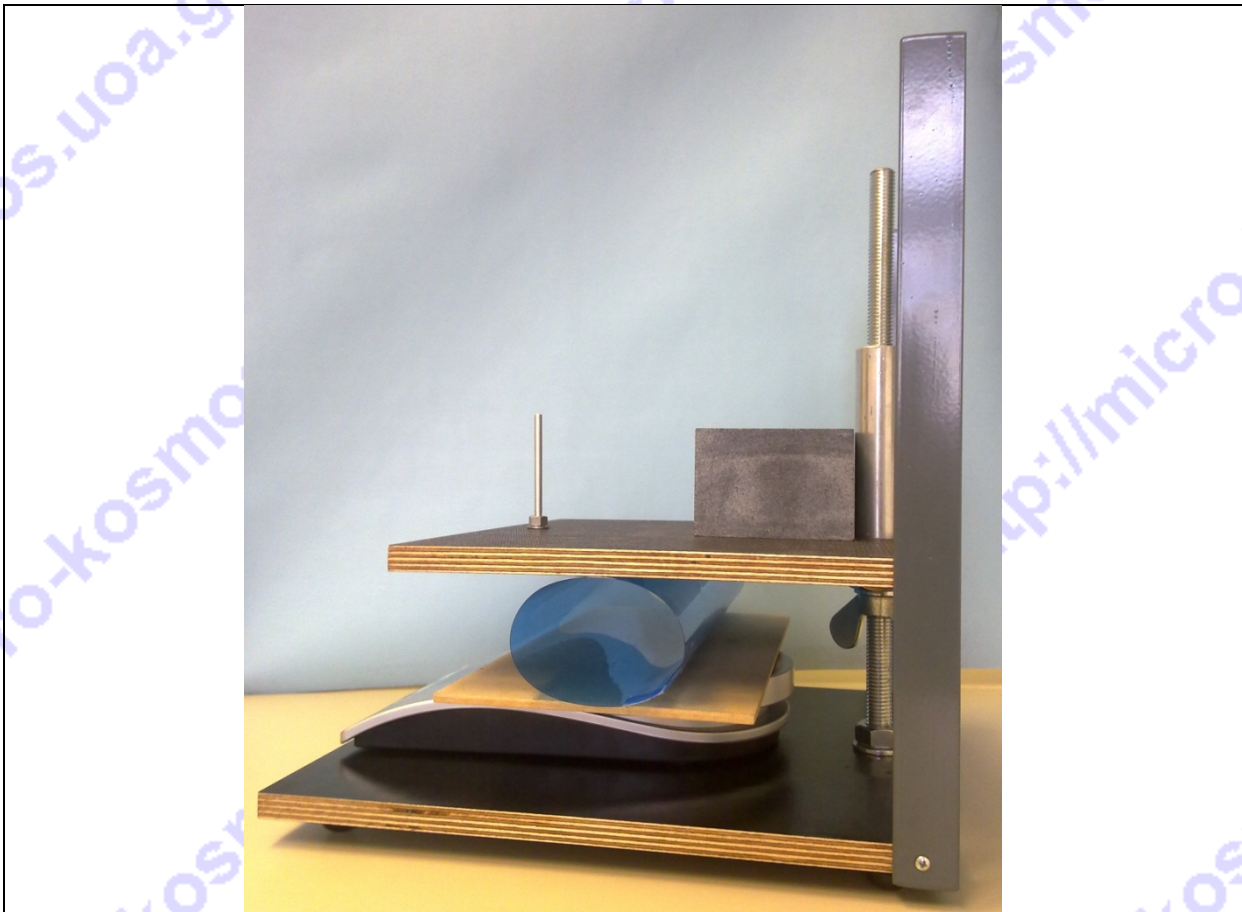
Τα ακόλουθα υλικά και όργανα (για το πρόβλημα 1) βρίσκονται στον πάγκο σας:

1. Πρέσα (μαζί με πέτρινο βαρίδι). Δες ξεχωριστές οδηγίες αν χρειαστεί
2. Ζυγαριά (η οποία μετρά μέχρι 5000 g και διαθέτει κουμπί μηδενισμού της κλίμακας, Z/T, δες ξεχωριστές οδηγίες αν χρειαστεί)
3. Διαφανείς μεμβράνες (όλες οι μεμβράνες έχουν διαστάσεις 21 cm x 29.7 cm, οι μεμβράνες χρώματος μπλε έχουν πάχος 200  $\mu\text{m}$ , και οι άχρωμες διαφάνειες έχουν πάχος 150  $\mu\text{m}$ ). Παρακαλώ ζητείστε extra μεμβράνες αν χρειάζεστε.
4. Συγκολλητική ταινία (σελοτέιπ)

5. Ψαλίδι
6. Χάρακας με κλίμακα
7. Ορθογώνια ξύλινη λεπτή σανίδα (η σανίδα τοποθετείται πάνω στη ζυγαριά και ο κύλινδρος τοποθετείται πάνω στη σανίδα).

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στην Εικ. 3. Μια δεύτερη σανίδα προσαρμόζεται στη συσκευή πίεσης και μπορεί να μετακινείται κάτω ή πάνω με τη βοήθεια ενός κοχλίας (βίδα) που βρίσκεται πίσω από τη συσκευή και η ζυγαριά μετρά τη δύναμη από την πρέσα (μέσω της μάζας σε γραμμάρια)

**Προσοχή:** Ο κοχλίας (βίδα) κατεβάζει ή ανεβάζει τη σανίδα της συσκευής πίεσης κατά 2 mm όταν περιστρέφεται κατά 360 μοίρες. (Η μικρή ράβδος από αλουμίνιο δε χρησιμοποιείται στο πείραμα 1.)



Εικόνα 3. Η φωτογραφία της διάταξης για τη μέτρηση του μέτρου της ακαμψίας.

### Ζητήματα

1. Τυλίξετε δύο μπλε φύλλα ώστε να γίνουν κύλινδροι, το ένα κατά μήκος της μακρύτερης πλευράς του και το άλλο κατά μήκος της κοντύτερης πλευράς του, χρησιμοποιείστε το σελοτέιπ για να κολλήσετε τα άκρα. Η επικάλυψη των φύλλων να είναι περίπου 0.5 cm.

- (a) Για τον κάθε κύλινδρο ξεχωριστά κάνετε πίνακα μετρήσεων της μάζας σε γραμμάρια ένδειξη της ζυγαριάς, και της απόστασης δύοαρμηθεν σε εκατοστά μεταξύ των δύο επιφανειών του κυλίνδρου, της κάτω και πάνω επιφάνειας που είναι σε επαφή με τις ξύλινες σανίδες (1.9 μόρια)
- (b) Κάντε τα κατάλληλα γραφήματα, χαράξτε τις ευθείες και καθορίστε τούς παράγοντες ακαμψίας  $\kappa$  των κυλίνδρων, Σημειώστε την περιοχή όπου σας φαίνεται να ισχύει η γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών (προσέγγιση σταδίου). Εκτιμήστε την τιμή των  $\frac{R_0}{R_c}$  κάτω από την οποία ισχύει η προσέγγιση σταδίου. Όπου  $R_c$  είναι η ακτίνας των μη συμπίεσμένων κυλίνδρων. (4.3 μόρια)

Η ανάλυση σφαλμάτων δεν απαιτείται.

- Μετρήστε τον παράγοντα ακαμψίας ενός μονού άχρωμου διαφανούς φύλλου. (2.8 μόρια)
- Ο παράγοντας ακαμψίας  $\kappa$  εξαρτάται από το μέτρο ελαστικότητας του Young  $Y$  ενός ισότροπου υλικού, και από το πάχος  $d$  του διαφανούς φύλλου σύμφωνα με:

$\kappa = \frac{Yd^3}{12(1-\nu^2)},$	(3)
--------------------------------------	-----

όπου  $\nu$  ο λόγος Poisson του υλικού ο οποίος για τα περισσότερα υλικά είναι  $\nu \approx 1/3$ . Από τις προηγούμενες μετρήσεις, καθορίστε το μέτρο του Young του μπλε και του άχρωμου φύλλου. (1.0 μόριο)