Εξώφυλλο Θεωρητικής Εξέτασης

- Η θεωρητική εξέταση διαρκεί 5 ώρες. Υπάρχουν 3 προβλήματα που λαμβάνουν συνολικά 30 βαθμούς. Παρακαλώ σημειώστε ότι τα ερωτήματα δεν είναι ισοδύναμα. Αναζητήστε το συνοδευτικό Φύλλο Δεδομένων που καλύπτει και τα τρία προβλήματα.
- Δεν επιτρέπεται να ανοίξετε τον καφέ φάκελο με τις εκφωνήσεις πριν τον ήχο που σηματοδοτεί την έναρξη της εξέτασης (συριγμός).
- Για κάθε πρόβλημα υπάρχουν ειδικά Φύλλα Απαντήσεων (δείτε την κεφαλίδα για τον αριθμό προβλήματος και το διακριτικό χρώμα). Γράψτε τις απαντήσεις σας στα κατάλληλα πλαίσια στο σωστό Φύλλο Απαντήσεων.
- Για αναλυτικούς υπολογισμούς χρησιμοποιήστε τις επίσημες σελίδες της IPhO ή το επίσημο μιλιμετρέ χαρτί της IPhO. **ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΤΕ ΟΛΑ ΤΑ ΠΕΔΙΑ ΤΗΣ ΚΕΦΑΛΙΔΑΣ** και **ΓΡΑΨΤΕ ΜΟΝΟ ΣΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣ ΟΨΗ ΤΟΥ ΧΑΡΤΙΟΥ** (η πίσω όψη δε θα φωτοτυπηθεί). Περιορίστε το κείμενο στις απαντήσεις σας στο απολύτως απαραίτητο: Προσπαθήστε να εξηγήσετε τις λύσεις σας χρησιμοποιώντας κυρίως εξισώσεις, αριθμούς, σύμβολα και διαγράμματα. Αν γράψετε κάτι, σε οποιοδήποτε φύλλο, που δε θέλετε να βαθμολογηθεί, φροντίστε να το διαγράψετε.
- Δεν επιτρέπεται να εγκαταλείψετε το χώρο εργασίας σας χωρίς άδεια. Αν χρειάζεστε βοήθεια (χαλασμένος υπολογιστής τσέπης, πρόσθετες σελίδες χαρτιού, επίσκεψη στην τουαλέτα, κ.λπ.), παρακαλώ σηκώστε το χέρι σας και κρατήστε το όρθιο μέχρι να έρθει κάποιος από τους οδηγούς.
- Το τέλος της εξέτασης καθορίζεται από ηχητικό σήμα (συριγμός), οπότε πρέπει να σταματήσετε να γράφετε αμέσως. Αν έχετε ολοκληρώσει τις απαντήσεις σας πριν το τέλος χρόνου, παρακαλώ σηκώστε το χέρι σας.
- Τακτοποιήστε τα χαρτιά σας με την ακόλουθη σειρά φροντίζοντας **ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΑΣ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΓΡΑΜΜΕΝΕΣ ΣΤΗΝ ΕΜΠΡΟΣ ΟΨΗ** και τοποθετήστε τα στον καφέ φάκελο.
  1. Φύλλο Απαντήσεων T1 ακολουθούμενο από λεπτομερείς υπολογισμούς για το θέμα T1.
  2. Φύλλο Απαντήσεων T2 ακολουθούμενο από λεπτομερείς υπολογισμούς για το θέμα T2.
  3. Φύλλο Απαντήσεων T3 ακολουθούμενο από λεπτομερείς υπολογισμούς για το θέμα T3
- Δεν επιτρέπεται να πάρετε μαζί σας κανένα φύλλο χαρτιού όταν φεύγετε από το χώρο εξέτασης.

Φύλλο Δεδομένων: Πίνακας Φυσικών Παραμέτρων

Ταχύτητα του φωτός στο κενό	c	$= 2{,}998 \times 10^{8}$ m s^{-1}
Σταθερά του Planck δια 2π	$\hbar$	$= 1{,}055 \times 10^{-34}$ J s
Σταθερά Παγκόσμιας Έλξης	G	$= 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2}
Επιτάχυνση της Βαρύτητας	g	$= 9{,}82$ m s^{-2}
Στοιχειώδες φορτίο	e	$= 1{,}602 \times 10^{-19}$ C
Διηλεκτρική σταθερά του κενού	ε_0	$= 8{,}854 \times 10^{-12}$ C^{2} J^{-1} m^{-1}
Μάζα ηλεκτρονίου	m_e	$= 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg
Σταθερά Avogadro	N_A	$= 6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Σταθερά Boltzmann	k_B	$= 1{,}381 \times 10^{-23}$ J K^{-1}
Ειδική θερμότητα πετρώδους μετεώρου	c_{sm}	$= 1{,}2 \times 10^{3}$ J kg^{-1}K^{-1}
Θερμική αγωγιμότητα πετρώδους μετεώρου	k_{sm}	$= 2{,}0$ W m^{-1} K^{-1}
Πυκνότητα πετρώδους μετεώρου	ρ_{sm}	$= 3{,}3 \times 10^{3}$ kg m^{-3}
Σημείο τήξης πετρώδους μετεώρου	T_{sm}	$= 1{,}7 \times 10^{3}$ K
Ειδική θερμότητα τήξης πετρώδους μετεώρου	L_{sm}	$= 2{,}6 \times 10^{5}$ J kg^{-1}
Μάζα ενός mole Αργύρου	M_{Ag}	$= 1{,}079 \times 10^{-1}$ kg mol^{-1}
Πυκνότητα Αργύρου	ρ_{Ag}	$= 1{,}049 \times 10^{4}$ kg m^{-3}
Ειδική θερμότητα Αργύρου	c_{Ag}	$= 2{,}40 \times 10^{2}$ J kg^{-1}K^{-1}
Μάζα ενός mole Νερού	M_{wa}	$= 1{,}801 \times 10^{-2}$ kg mol^{-1}
Πυκνότητα Νερού	ρ_{wa}	$= 0{,}998 \times 10^{3}$ kg m^{-3}
Ειδική θερμότητα Νερού	c_{wa}	$= 4{,}181 \times 10^{3}$ J kg^{-1}K^{-1}
Θερμότητα εξάτμισης νερού	L_{wa}	$= 2{,}260 \times 10^{6}$ J kg^{-1}
Θερμοκρασία βρασμού νερού	T_{100}	$= 100$ °C $= 373.15$ K
Πυκνότητα πάγου	ρ_{ice}	$= 0{,}917 \times 10^{3}$ kg m^{-3}
Ειδική θερμότητα ατμού	c_{st}	$= 2{,}080 \times 10^{3}$ J kg^{-1} K^{-1}
Μάζα Γης	m_E	$= 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
Ακτίνα Γης	R_E	$= 6{,}38 \times 10^{6}$ m
Μάζα Ήλιου	m_S	$= 1{,}99 \times 10^{30}$ kg
Ακτίνα Ήλιου	R_S	$= 6{,}96 \times 10^{8}$ m
Απόσταση Γης-Ήλιου	a_E	$= 1{,}50 \times 10^{11}$ m

Εισαγωγή

Το Μετέωρο είναι ένα μικρό σωματίδιο (τυπικά μικρότερο από 1 m) από έναν κομήτη ή ένα αστεροειδή. Το Μετέωρο που χτυπά στο έδαφος ονομάζεται Μετεωρίτης.

Τη νύχτα της 17ης Ιανουαρίου 2009, πολλοί άνθρωποι κοντά στη Βαλτική Θάλασσα παρατήρησαν το φωτεινό ίχνος ενός Μετεώρου που περνούσε μέσα από τη γήινη ατμόσφαιρα. Στη Σουηδία, μια κάμερα παρακολούθησης κατέγραψε το συμβάν σε video, βλ. Εικ. 1.1(a). Από τις φωτογραφίες αυτές και από τις αναφορές αυτοπτών μαρτύρων, προσδιορίστηκε η περιοχή της πρόσκρουσης, και, μετά από έξι εβδομάδες, βρέθηκε ένας μετεωρίτης μάζας 0,025 kg στην περιοχή της πόλης Maribo στη Νότιο Δανία. Μετρήσεις επί του Μετεωρίτη, που ονομάστηκε πλέον Maribo, και επί της ουράνιας τροχιάς του, έδωσαν ενδιαφέροντα αποτελέσματα. Η ταχύτητά του κατά την είσοδό τους στην ατμόσφαιρα ήταν εξαιρετικά υψηλή. Η ηλικία του, $4{,}567 \times 10^9$ έτη, δείχνει ότι σχηματίστηκε λίγο μετά τη γέννηση του Ηλιακού Συστήματος. Ο Μετεωρίτης Maribo πιθανώς είναι τμήμα του Κομήτη Encke.

Η ταχύτητα του Maribo

Η βολίδα είχε κατεύθυνση προς τα Δυτικά, σχηματίζοντας γωνία 285° ως προς το Βορρά (μετρημένη σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού), κατευθυνόμενη προς το σημείο όπου στη συνέχεια εντοπίστηκε ο μετεωρίτης, όπως φαίνεται στην εικ. 1.1. Ο μετεωρίτης εντοπίστηκε σε απόσταση 195 km από την κάμερα παρακολούθησης σε κατεύθυνση 230° ως προς το Βορρά.

1.1	Χρησιμοποιήστε τις πληροφορίες αυτές και τα δεδομένα της εικ. 1.1 για να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του Maribo κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ των στιγμιοτύπων 155 και 161. Να αγνοήσετε την καμπυλότητα της Γης και τη βαρυτική αλληλεπίδρασή της με το μετέωρο.	1,3

Κίνηση μέσα από την ατμόσφαιρα και τήξη;

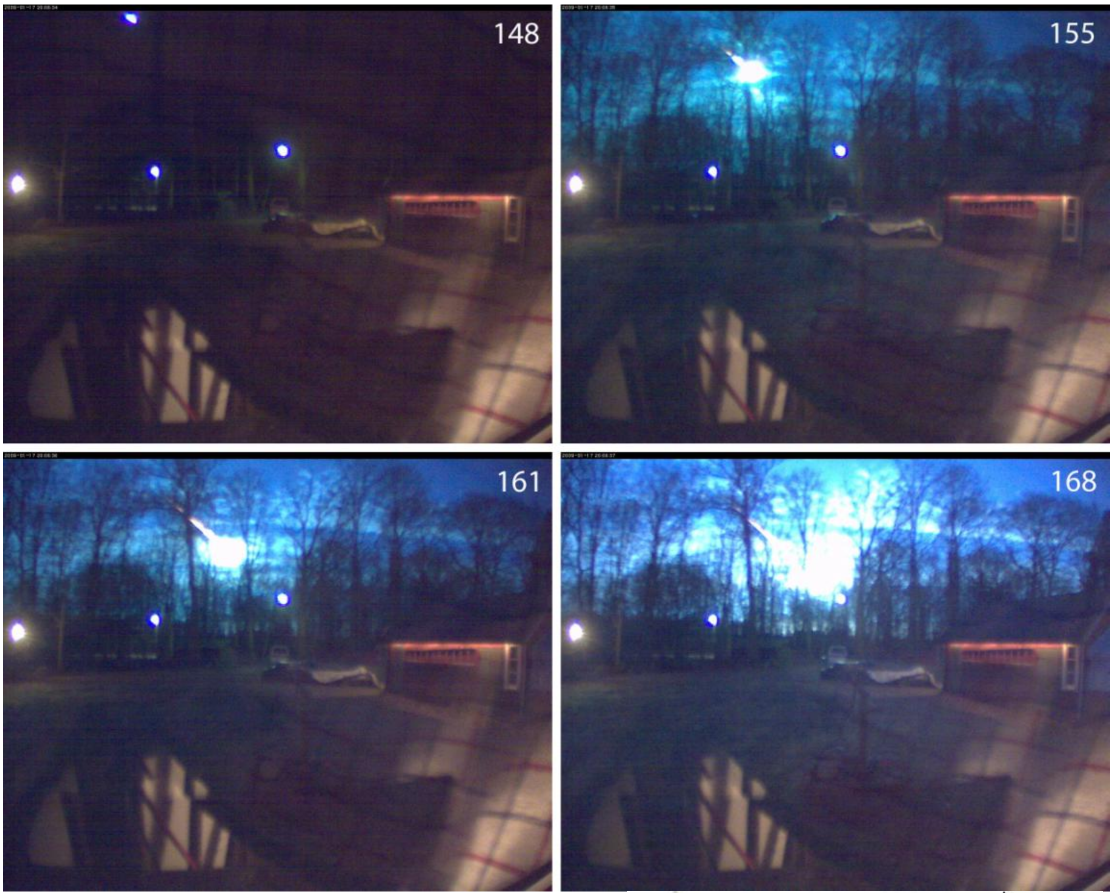
Η τριβή από τον αέρα σε ένα μετέωρο, που κινείται στην ανώτερη ατμόσφαιρα, εξαρτάται κατά ένα περίπλοκο τρόπο από το σχήμα και την ταχύτητα του μετεώρου, καθώς και από τη θερμοκρασία και την πυκνότητα της ατμόσφαιρας. Ως λογική προσέγγιση, η δύναμη της τριβής F στην ανώτερη ατμόσφαιρα δίνεται από την έκφραση $F = k\rho_{\mathrm{atm}} A v^2$, όπου k είναι μια σταθερά, ρ_{atm} η πυκνότητα της ατμόσφαιρας, A η προβολή της Ενεργού Διατομής, δηλ. το συνολικό εμβαδό που σαρώνεται λόγω εγκάρσιων κινήσεων, και v η ταχύτητά του.

Για την ανάλυση της κίνησης του μετεώρου λαμβάνονται οι ακόλουθες απλουστευτικές υποθέσεις: Το σώμα που εισήλθε στην ατμόσφαιρα είχε σφαιρικό σχήμα με μάζα $m_{\mathrm{M}} = 30\ \mathrm{kg}$, ακτίνα $R_{\mathrm{M}} = 0{,}13\ \mathrm{m}$, θερμοκρασία $T_0 = 200\ \mathrm{K}$, και ταχύτητα $v_{\mathrm{M}} = 2{,}91 \times 10^4\ \mathrm{m/s}$. Η πυκνότητα της ατμόσφαιρας είναι σταθερή (η τιμή της σε ύψος 40 km πάνω από την επιφάνεια της Γης), $\rho_{\mathrm{atm}} = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/m^3}$, και ο συντελεστής τριβής είναι $k = 0{,}60$.

1.2a	Εκτιμήστε το χρόνο που απαιτείται μετά την είσοδο του Μετεώρου στην ατμόσφαιρα για να μειωθεί η ταχύτητά του κατά 10 %, δηλ. από v_{M} σε $0{,}90\ v_{\mathrm{M}}$. Να θεωρήσετε τη βαρυτική δύναμη αμελητέα. Να υποθέσετε ότι η μάζα και το σφαιρικό σχήμα του	0,7

	μετεώρου δεν αλλάζουν.	
1.2b	Υπολογίστε το Λόγο της Κινητικής Ενέργειας E_{kin} του μετεώρου τη στιγμή που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα προς την ενέργεια E_{melt} που απαιτείται για την πλήρη τήξη του. Χρησιμοποιήστε τις τιμές του Φύλλου Δεδομένων.	0,3

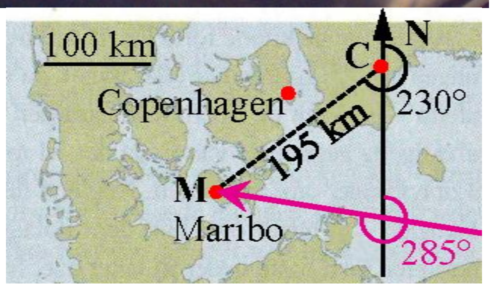
(a)



(b)

Καρέ	Χρόνος	Αζιμούθιο	Ύψος
155	1,46 s	215°	19,2°
161	2,28 s	221°	14,7°
Προσγείωση στο M		230°	0,0°

(c)



Εικόνα 1.1 (a) Αζιμούθιο ονομάζουμε τη γωνία (σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού) ως προς το Βορρά επί του οριζοντίου επιπέδου και Ύψος τη γωνιακή μετατόπιση πάνω από τον Ορίζοντα. Εικονίζονται διαδοχικά στιγμιότυπα (καρέ) που κατέγραψε η κάμερα παρακολούθησης στη Σουηδία, όπου φαίνεται η κίνηση του Maribo ως φωτεινή βολίδα κατά την κάθοδό του μέσα από την ατμόσφαιρα. **(b)** Τα δεδομένα των δύο στιγμιοτύπων (καρέ) περιλαμβάνουν τη χρονική στιγμή, την κατεύθυνση (Αζιμούθιο) σε μοίρες όπως καταγράφτηκε από την κάμερα (C) και το Ύψος, πάνω από τον ορίζοντα, σε μοίρες. **(c)** Τροχιά του Maribo (μωβ διάνυσμα) ως προς το

Βορρά (N) και θέση του σημείου προσγείωσης (M) στη Δανία, όπως καταγράφεται από την κάμερα (C).

Θέρμανση του Maribo κατά την πτώση του στην ατμόσφαιρα

Όταν το πετρώδες μετέωρο Maribo εισήλθε στην ατμόσφαιρα με υπερηχητική ταχύτητα εμφανίστηκε ως φωτεινή βολίδα επειδή ο περιβάλλων αέρας φωτοβολούσε. Παρ' όλ' αυτά μόνο τα εξωτερικά στρώματα του Maribo είχαν θερμανθεί. Υποθέστε ότι ο Maribo είναι μια ομογενής σφαίρα με Πυκνότητα ρ_{sm}, Ειδική Θερμότητα c_{sm}, και θερμική αγωγιμότητα k_{sm} (για τις αριθμητικές τιμές συμβουλευτείτε το Φύλλο Δεδομένων). Επιπρόσθετα, κατά την είσοδό του στην ατμόσφαιρα, είχε θερμοκρασία $T_0 = 200$ K, ενώ κατά την πτώση του μέσα από την ατμόσφαιρα η επιφανειακή θερμοκρασία του ήταν σταθερή και ίση προς $T_s = 1000$ K, λόγω της αντίστασης του αέρα, με αποτέλεσμα τη σταδιακή θέρμανση του εσωτερικού.

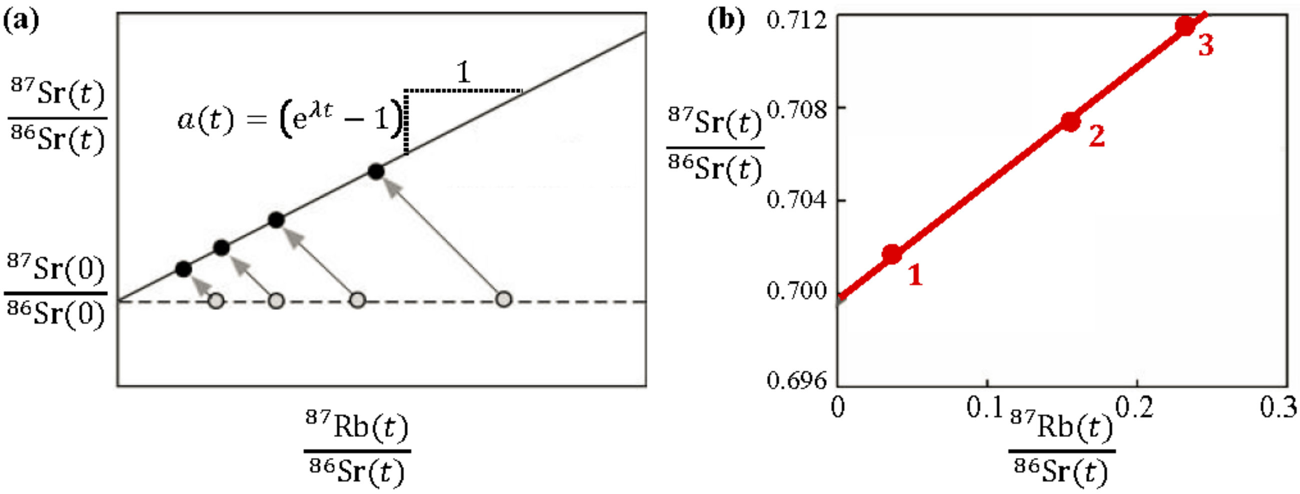
Μετά από χρόνο πτώσης t στην ατμόσφαιρα, ένα εξωτερικό κέλυφος του Maribo πάχους x έχει θερμανθεί σε θερμοκρασία σημαντικά υψηλότερη της T_0. Μια εκτίμηση του πάχους αυτού μπορεί να γίνει με διαστατική ανάλυση του γινομένου των δυνάμεων των θερμοδυναμικών παραμέτρων: $x \approx t^{\alpha} \rho_{\mathrm{sm}}^{\beta}\, c_{\mathrm{sm}}^{\gamma}\, k_{\mathrm{sm}}^{\delta}$.

1.3a	Μέσω διαστατικής ανάλυσης υπολογίστε τις τιμές των τεσσάρων εκθετών α, β, γ, και δ.	0,6
1.3b	Υπολογίστε το πάχος x για χρόνο πτώσης ίσο προς $t = 5$ s, και το λόγο x/R_{M}.	0,4

Η ηλικία ενός μετεωρίτη

Οι χημικές ιδιότητες των ραδιενεργών ισοτόπων και τα προϊόντα της διάσπασής τους διαφέρουν, έτσι κατά τη διάρκεια της κρυσταλλοποίησης των υλικών ενός μετεωρίτη, κάποια θα εμφανίζουν υψηλή περιεκτικότητα σε συγκεκριμένο ραδιενεργό στοιχείο, ενώ άλλα χαμηλή. Αυτή η διαφορά μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της ηλικίας ενός μετεωρίτη με ραδιοχρονολόγηση των ραδιενεργών υλικών του.

Ως συγκεκριμένο παράδειγμα, μελετούμε το ισότοπο ^{87}Rb (στοιχείο αρ. 37), το οποίο εκπέμπει ραδιενέργεια διασπώμενο στο σταθερό ισότοπο ^{87}Sr (στοιχείο αρ. 38) με χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 4{,}9 \times 10^{10}$ έτη, σε σχέση με το σταθερό ισότοπο ^{86}Sr. Τη στιγμή της κρυσταλλοποίησης ο λόγος ^{87}Sr/^{86}Sr ήταν ο ίδιος για όλα τα στοιχεία, ενώ ο λόγος ^{87}Rb/^{86}Sr ήταν διαφορετικός. Καθώς περνά ο χρόνος της κρυσταλλοποίησης, η ποσότητα του ^{87}Rb μειώνεται λόγω των διασπάσεων, και, κατά συνέπεια, η ποσότητα του ^{87}Sr αυξάνεται. Ως αποτέλεσμα, ο λόγος ^{87}Sr/^{86}Sr θα είναι διαφορετικός σήμερα. Στην Εικ. 1.2(a), τα σημεία στην οριζόντια γραμμή αναφέρονται στο λόγο ^{87}Rb/^{86}Sr σε υλικά κατά τη στιγμή της κρυσταλλοποίησης.



Εικόνα 1.2 (a) Ο λόγος $^{87}\mathrm{Sr}/^{86}\mathrm{Sr}$ σε διαφορετικά υλικά τη στιγμή $t = 0$ της κρυσταλλοποίησης (ανοικτοί κύκλοι) και σήμερα (γεμάτοι κύκλοι). **(b)** Η ισόχρονη γραμμή για τρία διαφορετικά δείγματα στοιχείων που λήφθηκαν από ένα μετεωρίτη σήμερα.

1.4a	Να γράψετε την εξίσωση διάσπασης του $^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ σε $^{87}_{38}\mathrm{Sr}$.	0,3
1.4b	Να δείξετε ότι ο σημερινός λόγος $^{87}\mathrm{Sr}/^{86}\mathrm{Sr}$ συναρτήσει του σημερινού λόγου $^{87}\mathrm{Rb}/^{86}\mathrm{Sr}$ για διαφορετικά δείγματα υλικών από τον ίδιο μετεωρίτη ακολουθεί γραμμική σχέση (ευθεία γραμμή), τη λεγόμενη ισοχρονική γραμμή, με κλίση $a(t) = \left(e^{\lambda t} - 1\right)$, όπου t είναι ο χρόνος από τη στιγμή του σχηματισμού των υλικών, ενώ λ είναι η σταθερά διάσπασης, αντιστρόφως ανάλογη του χρόνου ημιζωής $T_{½}$.	0,7
1.4c	Να προσδιορίσετε την ηλικία του μετεωρίτη χρησιμοποιώντας την ισοχρονική γραμμή στο Σχ. 1.2(b).	0,4

Ο κομήτης Encke, από τον οποίο μπορεί να προέρχεται ο μετεωρίτης Maribo

Στη τροχιά του γύρω από τον Ήλιο, η ελάχιστη και η μέγιστη απόσταση μεταξύ του κομήτη Encke και του Ήλιου είναι $a_{\mathrm{min}} = 4{,}95 \times 10^{10}$ m και $a_{\mathrm{max}} = 6{,}16 \times 10^{11}$ m, αντίστοιχα.

1.5	Να υπολογίσετε της περίοδο περιστροφής t_{Encke} του κομήτη Encke.	0,6

Συνέπειες της κρούσης ενός αστεροειδή με τη Γη

Πριν 65 εκατομμύρια χρόνια η Γη χτυπήθηκε από ένα πολύ μεγάλο αστεροειδή που είχε πυκνότητα $\rho_{\mathrm{ast}} = 3{,}0 \times 10^3\ \mathrm{kg\ m^{-3}}$, ακτίνα $R_{\mathrm{ast}} = 5{,}0$ km, και τελική ταχύτητα $v_{\mathrm{ast}} = 2{,}5 \times 10^4$ m/s. Αυτή η κρούση είχε ως αποτέλεσμα την εξολόθρευση του μεγαλύτερου μέρους της ζωής στη Γη και τον σχηματισμό του τεράστιου κρατήρα Chicxulub. Υποθέστε ότι ένας όμοιος αστεροειδής κτυπά τη

Γη σήμερα με πλαστική κρούση, και ότι η ροπή αδράνειας της Γης είναι 0,83 φορές της ροπής αδρανείας μίας ομογενούς σφαίρας της ίδιας μάζας και ακτίνας. Η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς σφαίρας με μάζα M και ακτίνα R είναι $\frac{2}{5}MR^2$. Αγνοήστε τις μεταβολές στην τροχιά της Γης.

1.6a	Έστω ότι ο αστεροειδής χτυπά το Βόρειο Πόλο. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνιακή μετατόπιση του άξονα της Γης μετά την κρούση	0,7
1.6b	Έστω ότι ο αστεροειδής χτυπά τον Ισημερινό έχοντας ακτινική κατεύθυνση. Να υπολογίσετε τη μεταβολή $\Delta\tau_{\mathrm{vrt}}$ της χρονικής διάρκειας μίας περιστροφής της Γης μετά την κρούση.	0,7
1.6c	Έστω ότι ο αστεροειδής χτυπά εφαπτομενικά τον Ισημερινό. Να υπολογίσετε τη μεταβολή $\Delta\tau_{\mathrm{tan}}$ της χρονικής διάρκειας μίας περιστροφής της Γης μετά την κρούση.	0,7

Μέγιστο μέτρο της ταχύτητας κρούσης

Να θεωρήσετε ένα ουράνιο σώμα, βαρυτικά συνδεδεμένο με το Ηλιακό σύστημα, το οποίο προσκρούει στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα μέτρου v_{imp}. Αρχικά, η επίδραση του γήινου βαρυτικού πεδίου στο σώμα μπορεί να αγνοηθεί. Αγνοήστε επίσης την τριβή με την ατμόσφαιρα, την επίδραση άλλων ουράνιων σωμάτων και την περιστροφή της Γης.

1.7	Να υπολογίσετε $v_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{max}}$, την μεγαλύτερη δυνατή τιμή της v_{imp}.	1,6

Φύλλο Απαντήσεων Κωδικός Χώρας (2 γράμματα) [ ] Αριθμός Μαθητή (1-5) [ ]

1.1	Μέτρο μέσης ταχύτητας v =	1,3

1.2a	Χρόνος $t_{10\%}$ για να μειωθεί η ταχύτητα κατά 10 %: $t_{10\%}$ =	0,7
1.2b	$E_{\mathrm{kin}}/E_{\mathrm{melt}}$ =	0,3

1.3a	Διάχυση Θερμότητας: $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ =	0,6
1.3b	$x(5\ \mathrm{s})$ = x/R_{M} =	0,4

1.4a	Εξίσωση διάσπασης Rb-Sr:	0,3
1.4b	Απόδειξη της κλίσης $a = \left(e^{\lambda t} - 1\right)$:	0,7
1.4c	Ηλικία του μετεωρίτη, τ_{M} =	0,4

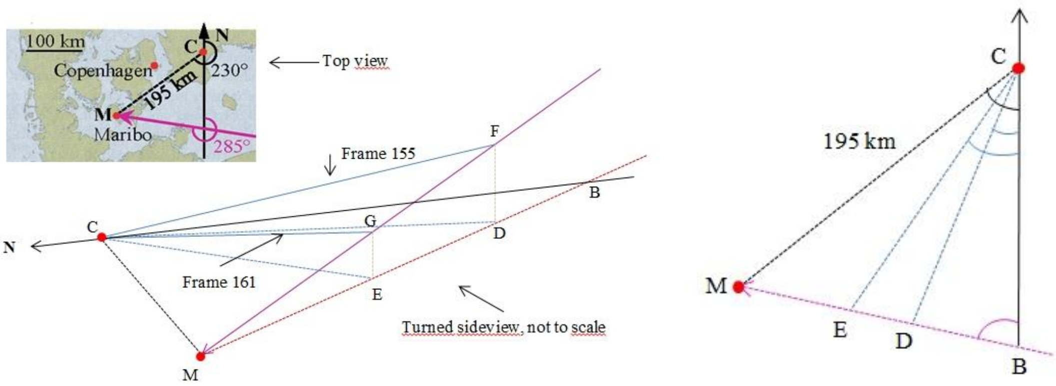
1.5	t_{Encke} =	0,6

1.6a	max $\Delta\theta$ =	0,7
1.6b	$\Delta\tau_{\mathrm{vrt}}$ =	0,7
1.6c	$\Delta\tau_{\mathrm{tan}}$ =	0,7

1.7	Μέγιστη ταχύτητα σύγκρουσης $v_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{max}}$ =	1,6

	Σύνολο	**9,0**

Solutions

1.1	 Top view: Triangle MCB: $\lvert CM\rvert = 195$ km, $\angle MCB = 230° - 180° = 50°$, and $\angle MBC = 75°$, so $\angle CMB = 180° - 75° - 50° = 55°$. Then $\lvert CB\rvert = \frac{\lvert CM\rvert \sin(\angle CMB)}{\sin(\angle MBC)} = 165.4$ km. Triangle DCB: $\lvert CB\rvert = 165.4$ km, $\angle DCB = 215° - 180° = 35°$,and $\angle DBC = 75°$, so $\angle CDB = 180° - 75° - 35° = 70°$. Then $\lvert CD\rvert = \frac{\lvert CB\rvert \sin(\angle DBC)}{\sin(\angle CDB)} = 170.0$ km. Triangle ECB: $\lvert CB\rvert = 165.4$ km, $\angle ECB = 221° - 180° = 41°$, and $\angle EBC = 75°$, so $\angle CEB = 180° - 75° - 41° = 64°$. Then $\lvert CE\rvert = \frac{\lvert CB\rvert \sin(\angle EBC)}{\sin(\angle CEB)} = 177.7$ km. Triangle ECD:$\angle ECD = 41° - 35° = 6°$. Horisontal distance travelled by Maribo:$\lvert DE\rvert = \frac{\lvert DC\rvert \sin(\angle ECD)}{\sin(\angle CED)} = 19.77$ km Side view: Triangle CFD: $\lvert FD\rvert = \lvert CD\rvert \tan(\angle FCD) = 59.20$ km Triangle CGE: $\lvert GE\rvert = \lvert CE\rvert \tan(\angle GCE) = 46.62$ km Thus vertical distance travelled by Maribo: $\lvert FD\rvert - \lvert GE\rvert = 12.57$ km. Total distance travelled by Maribo from frame 155 to 161: $\lvert FG\rvert = \sqrt{\lvert DE\rvert^2 + (\lvert FD\rvert - \lvert GE\rvert)^2} = 23.43$ km. The speed of Maribo is $v = \frac{23.43 \text{ km}}{2.28 \text{ s} - 1.46 \text{ s}} = 28.6$ km/s	1.3

1.2a	Newton's second law: $m_{\mathrm{M}} \frac{dv}{dt} = -k\rho_{\mathrm{atm}} \pi R_{\mathrm{M}}^2 v^2$ yields $\frac{1}{v^2} dv = -\frac{k\rho_{\mathrm{atm}} \pi R_{\mathrm{M}}^2}{m_{\mathrm{M}}} dt$.	0.7

	By integration $t = \frac{m_M}{k\rho_{atm}\pi R_M^2}\left(\frac{1}{0.9}-1\right)\frac{1}{v_M} = 0.88$ s.	
1.2b	$\frac{E_{kin}}{E_{melt}} = \frac{\frac{1}{2}v_M^2}{c_{sm}(T_{sm}-T_0)+L_{sm}} = \frac{4.2\times10^8}{2.1\times10^6} = 2.1\times10^2 \gg 1.$	0.3

1.3a	$[x] = [t]^\alpha[\rho_{sm}]^\beta[c_{sm}]^\gamma\ [k_{sm}]^\delta = [\mathrm{s}]^\alpha[\mathrm{kg\ m^{-3}}]^\beta[\mathrm{m^2\ s^{-2}K^{-1}}]^\gamma\ [\mathrm{kg\ m\ s^{-3}K^{-1}}]^\delta$, so $[\mathrm{m}] = [\mathrm{kg}]^{\beta+\delta}[\mathrm{m}]^{-3\beta+2\gamma+\delta}[\mathrm{s}]^{\alpha-2\gamma-3\delta}[\mathrm{K}]^{-\gamma-\delta}$. Thus $\beta+\delta=0,\quad -3\beta+2\gamma+\delta=1,\quad \alpha-2\gamma-3\delta=0$, and $\ -\gamma-\delta=0$. From which $(\alpha,\beta,\gamma,\delta) = \left(+\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},+\frac{1}{2}\right)$ and $x(t)\approx\sqrt{\frac{k_{sm}t}{\rho_{sm}c_{sm}}}$.	0.6
1.3b	$x(5\ \mathrm{s}) = 1.6$ mm $\qquad x/R_M = 1.6\ \mathrm{mm}/130\ \mathrm{mm} = 0.012$.	0.4

1.4a	Rb-Sr decay scheme: ${}^{87}_{37}\mathrm{Rb} \to {}^{87}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + \bar{\nu}_e$	0.3
1.4b	$N_{87Rb}(t) = N_{87Rb}(0)e^{-\lambda t}$and Rb→Sr: $N_{87Sr}(t) = N_{87Sr}(0) + [N_{87Rb}(0) - N_{87Rb}(t)]$. Thus $N_{87Sr}(t) = N_{87Sr}(0) + (e^{\lambda t}-1)N_{87Rb}(t)$, and dividing by N_{86Sr} we obtain the equation of a straight line: $$\frac{N_{87Sr}(t)}{N_{86Sr}} = \frac{N_{87Sr}(0)}{N_{86Sr}} + (e^{\lambda t}-1)\frac{N_{87Rb}(t)}{N_{86Sr}}.$$	0.7
1.4c	Slope: $e^{\lambda t}-1 = a = \frac{0.712-0.700}{0.25} = 0.050$ and $T_{½} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 4.9\times10^{10}$ year. So $\tau_M = \ln(1+a)\frac{1}{\lambda} = \frac{\ln(1+a)}{\ln(2)}T_{½} = 3.4\times10^9$ year .	0.4

1.5	Kepler's 3rd law on comet Encke and Earth, with the orbital semi-major axis of Encke given by $a = \frac{1}{2}(a_{min}+a_{max})$. Thus $t_{Encke} = \left(\frac{a}{a_E}\right)^{\frac{3}{2}}t_E = 3.30\ \mathrm{year} = 1.04\times10^8$ s.	0.6

1.6a	For Earth around its rotation axis: Angular velocity $\omega_E = \frac{2\pi}{24\ \mathrm{h}} = 7.27\times10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$. Moment of inertia $I_E = 0.83\frac{2}{5}m_E R_E^2 = 8.07\times10^{37}\ \mathrm{kg\ m^2}$. Angular momentum $L_E = I_E\omega_E = 5.87\times10^{33}\ \mathrm{kg\ m^2s^{-1}}$. Astroid $m_{ast} = \frac{4\pi}{3}R_{ast}^3\rho_{ast} = 1.57\times10^{15}$ kg and angular momentum	0.7

	$L_{\text{ast}} = m_{\text{ast}} v_{\text{ast}} R_{\text{E}} = 2.51 \times 10^{26}$ kg m^{2}s^{-1}. L_{ast} is perpendicular to L_{E}, so by conservation angular momentum: $\tan(\Delta\theta) = L_{\text{ast}}/L_{\text{E}} = 4.27 \times 10^{-8}$. The axis tilt $\Delta\theta = 4.27 \times 10^{-8}$ rad (so the north pole move $R_{\text{E}}\, \Delta\theta = 0.27$ m).	
1.6b	At vertical impact $\Delta L_{\text{E}} = 0$ so $\Delta(I_{\text{E}}\omega_{\text{E}}) = 0$. Thus $\Delta\omega_{\text{E}} = -\omega_{\text{E}}(\Delta I_{\text{E}})/I_{\text{E}}$, and since $\Delta I_{\text{E}}/I_{\text{E}} = m_{\text{ast}} R_{\text{E}}^2/I_{\text{E}} = 7.9 \times 10^{-10}$ we obtain $\Delta\omega_{\text{E}} = -5.76 \times 10^{-14}$ s^{-1}. The change in rotation period is $\Delta T_{\text{E}} = 2\pi\left(\frac{1}{\omega_{\text{E}}+\Delta\omega_{\text{E}}} - \frac{1}{\omega_{\text{E}}}\right) \approx -2\pi \frac{\Delta\omega_{\text{E}}}{\omega_{\text{E}}^2} = 6.84 \times 10^{-5}$ s.	0.7
1.6c	At tangential impact L_{ast} is parallel to L_{E} so $L_{\text{E}} + L_{\text{ast}} = (I_{\text{E}} + \Delta I_{\text{E}})(\omega_{\text{E}} + \Delta\omega_{\text{E}})$ and thus $\Delta T_{\text{E}} = 2\pi\left(\frac{1}{\omega_{\text{E}}+\Delta\omega_{\text{E}}} - \frac{1}{\omega_{\text{E}}}\right) = 2\pi\left(\frac{I_{\text{E}}+\Delta I_{\text{E}}}{L_{\text{E}}+L_{\text{ast}}} - \frac{1}{\omega_{\text{E}}}\right) = -3.62 \times 10^{-3}$ s.	0.7

1.7	Maximum impact speed $v_{\text{imp}}^{\max}$ arises from three contributions: (I) The velocity v_{b} of the body at distance a_{E} (Earth orbit radius) from the Sun, $v_{\text{b}} = \sqrt{\frac{2G\,m_S}{a_E}} = 42.1$ km/s. (II) The orbital velocity of the Earth, $v_{\text{E}} = \frac{2\pi\, a_E}{1\ \text{year}} = 29.8$ km/s. (III) Gravitational attraction from the Earth and kinetic energy seen from the Earth: $\frac{1}{2}(v_{\text{b}} + v_{\text{E}})^2 = -\frac{Gm_E}{R_E} + \frac{1}{2}\left(v_{\text{imp}}^{\max}\right)^2$. In conclusion: $v_{\text{imp}}^{\max} = \sqrt{(v_{\text{b}} + v_{\text{E}})^2 + \frac{2Gm_E}{R_E}} = 72.8$ km/s.	1.6

	Total	**9.0**