

Πρόβλημα 3. Απλό μοντέλο εκκένωσης αερίου (10 μονάδες)

Η διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από ένα αέριο ονομάζεται εκκένωση αερίου. Υπάρχουν πολλοί τύποι εκκένωσης αερίου, στους οποίους συμπεριλαμβάνεται φωτεινή εκκένωση σε λαμπτήρες φωτισμού, εκκένωση τόξου κατά την ηλεκτροκόλληση και η πολύ γνωστή δημιουργία σπινθήρα που συμβαίνει μεταξύ νεφών και της γης με τη μορφή κεραυνού.

Μέρος Α. Μη αυτοσυντηρούμενη εκκένωση αερίου (4,8 μονάδες)

Σε αυτό το τμήμα του προβλήματος μελετάται η ονομαζόμενη μη αυτοσυντηρούμενη εκκένωση αερίου. Για μόνιμη εκδήλωση της διαδικασίας απαιτείται ένας εξωτερικός ιονιστής, ο οποίος δημιουργεί ζεύγη απλά ιονισμένων ιόντων και ελευθέρων ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου.

Όταν ο ιονιστής τίθεται σε λειτουργία, τα πλήθη των ηλεκτρονίων και ιόντων αρχίζουν να αυξάνονται, αλλά δεν απειρίζονται λόγω της διαδικασίας επανασύνδεσης, κατά την οποία ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο και ένα ιόν επανασυνδέονται για τη δημιουργία ουδέτερου ατόμου. Το πλήθος των επανασυνδέσεων Z_{rec} που συμβαίνουν στο αέριο ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου δίνεται από τη σχέση:

$$Z_{rec} = r n_e n_i,$$

όπου r είναι μια σταθερά που ονομάζεται συντελεστής επανασύνδεσης και n_e , n_i οι πυκνότητες ελευθέρων ηλεκτρονίων και ιόντων αντίστοιχα.

Υποθέστε ότι τη στιγμή $t = 0$ ο εξωτερικός ιονιστής τίθεται σε λειτουργία και οι αρχικές τιμές πυκνότητας ηλεκτρονίων και ιόντων στο αέριο είναι ίσες με μηδέν. Στην περίπτωση αυτή, η εξάρτηση της πυκνότητας των ηλεκτρονίων $n_e(t)$ δίνεται από τη σχέση:

$$n_e(t) = n_0 + a \tanh bt,$$

όπου n_0 , a και b είναι κάποιες σταθερές και $\tanh x$ είναι η συνάρτηση Υπερβολική Εφαπτομένη.

A1	Βρείτε εκφράσεις των n_0, a, b σε συνάρτηση των Z_{ext} και r . (1,8 μονάδες)
-----------	---

Υποθέστε ότι διατίθενται δύο εξωτερικοί ιονιστές. Όταν τεθεί σε λειτουργία ο πρώτος η πυκνότητα ελευθέρων ηλεκτρονίων στο αέριο αποκτά την τιμή ισορροπίας της, η οποία είναι $n_{e1} = 12 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Όταν τεθεί σε λειτουργία και ο δεύτερος ιονιστής, η τιμή ισορροπίας της πυκνότητας ηλεκτρονίων γίνεται $n_{e2} = 16 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

A2	Βρείτε τη τιμή της πυκνότητας ηλεκτρονίων n_e στην ισορροπία, όταν και οι δύο εξωτερικοί ιονιστές τίθενται σε λειτουργία ταυτόχρονα. (0.6 points)
-----------	---

Προσοχή! Για τη συνέχεια θεωρούμε ότι ο εξωτερικός ιονιστής έχει τεθεί σε λειτουργία για χρόνο αρκετό ώστε όλες οι διαδικασίες έχουν σταθεροποιηθεί και δεν εξαρτώνται από το χρόνο. Αγνοήστε εντελώς το ηλεκτρικό πεδίο λόγω των φορέων φορτίου.

Υποθέστε ότι το αέριο γεμίζει ένα σωλήνα μεταξύ δύο παράλληλων αγωγίμων πλακών εμβαδού S που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L \ll \sqrt{S}$. Διαφορά δυναμικού ίση προς U εφαρμόζεται μεταξύ των πλακών για τη δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσά τους. Υποθέστε ότι οι πυκνότητες ηλεκτρονίων και ιόντων παραμένουν πρακτικά σταθερές κατά μήκος του σωλήνα.

Υποθέστε ότι τόσο τα ηλεκτρόνια (που συμβολίζονται με το δείκτη e) όσο και τα ιόντα (που συμβολίζονται με το δείκτη i) αποκτούν την ίδια ταχύτητα v λόγω του ηλεκτρικού πεδίου έντασης E , η οποία δίνεται από τη σχέση

$$v = \beta E,$$

όπου β μια σταθερά που ονομάζεται ευκινησία φορτίου.

A3	Γράψτε μια σχέση της έντασης I του ρεύματος στο σωλήνα με τα μεγέθη $U, \beta, L, S, Z_{ext}, r$ και e που είναι το στοιχειώδες φορτίο. (1,7 μονάδες)
-----------	---

A4	Βρείτε μια έκφραση της ειδικής αντίστασης P_{loss} του αερίου για αρκετά μικρές τιμές της
-----------	---

εφαρμοζόμενης διαφοράς δυναμικού σε σχέση με τα μεγέθη $b, L, \Sigma_{\text{ext}}, r$ και e . (0,7 μονάδες)

Μέρος Β. Αυτοσυντηρούμενη εκκένωση αερίου (5,2 μονάδες)

Σε αυτό το μέρος του προβλήματος η έναρξη της αυτοσυντηρούμενης εκκένωσης αερίου θεωρείται ότι υποδεικνύει τον τρόπο που το ηλεκτρικό ρεύμα στον σωλήνα γίνεται αυτοσυντηρούμενο.

Προσοχή! Σε ό,τι ακολουθεί υποθέστε ότι ο εξωτερικός ιονιστής συνεχίζει να λειτουργεί με τον ίδιο ρυθμό Σ_{ext} , αγνοήστε το ηλεκτρικό πεδίο που οφείλεται στους φορείς φορτίου ώστε το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές κατά μήκος του σωλήνα, και η υπέρθεση των δύο πεδίων μπορεί να αγνοηθεί εντελώς.

Για την αυτοσυντηρούμενη εκκένωση υπάρχουν δύο σημαντικές διαδικασίες που δεν έχουν ληφθεί υπόψη στο προηγούμενο μέρος της άσκησης.

Η πρώτη διαδικασία είναι μια δευτερογενής εκπομπή ηλεκτρονίων, και η δεύτερη είναι ο σχηματισμός μιας χιονοστιβάδας ηλεκτρονίων.

Η δευτερογενής εκπομπή ηλεκτρονίων συμβαίνει όταν ιόντα κτυπούν στο αρνητικό ηλεκτρόδιο, που λέγεται κάθοδος, και ηλεκτρόνια εξέρχονται από αυτήν και κινούνται προς το θετικό ηλεκτρόδιο, που ονομάζεται άνοδος.

Η αναλογία των εξερχόμενων ηλεκτρονίων N_e στην μονάδα του χρόνου προς τον αριθμό των ιόντων N_i που κτυπούν την κάθοδο στη μονάδα του χρόνου ονομάζεται συντελεστής της δευτερογενούς

εκπομπής ηλεκτρονίων,
$$\gamma = \frac{N_e}{N_i}$$
.

Ο σχηματισμός της χιονοστιβάδας ηλεκτρονίων εξηγείται ως ακολούθως. Το ηλεκτρικό πεδίο επιταχύνει ελεύθερα ηλεκτρόνια τα οποία αποκτούν αρκετή κινητική ενέργεια για να προκαλέσουν ιονισμό των ατόμων του αερίου από τις συγκρούσεις που προκαλούν σε αυτά.

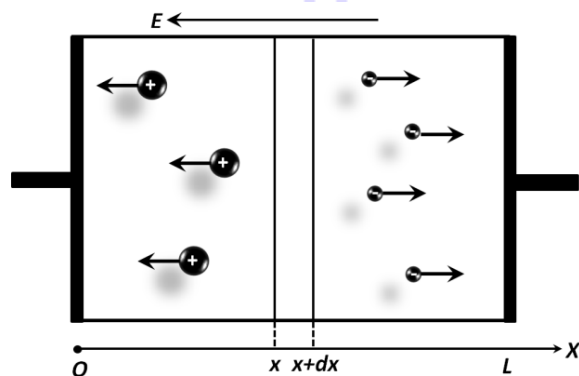
Ως αποτέλεσμα ο αριθμός των ελευθέρων ηλεκτρονίων που κινούνται προς την άνοδο αυξάνεται σημαντικά. Αυτή η διαδικασία περιγράφεται από το συντελεστή Townsend, α , ο οποίος χαρακτηρίζει μια αύξηση στον αριθμό των ηλεκτρονίων dN_e που οφείλεται στην κίνηση αριθμού ηλεκτρονίων N_e τα οποία έχουν διανύσει την απόσταση dl , δηλαδή

$$\frac{dN_e}{dl} = \alpha N_e$$

Στη σταθερή κατάσταση, το ολικό ρεύμα I σε οποιαδήποτε διατομή του σωλήνα αερίου που αποτελείται από τα ρεύματα των ιόντων, $I_i(x)$, και των ηλεκτρονίων, $I_e(x)$, εξαρτάται από τη συντεταγμένη x , όπως φαίνεται στην προηγούμενη εικόνα. Το ρεύμα των ηλεκτρονίων $I_e(x)$ μεταβάλλεται κατά μήκος του x άξονα σύμφωνα με τη σχέση

$$I_e(x) = C_1 e^{A_1 x} + A_2$$

όπου A_1, A_2, C_1 είναι σταθερές.



B1 Να γράψετε τις σχέσεις των σταθερών A_1, A_2 σε συνάρτηση με τα μεγέθη $\Sigma_{\text{ext}}, \alpha, e, L, \gamma$ (2 μονάδες)

Το ρεύμα ιόντων $I_i(x)$ μεταβάλλεται κατά μήκος του x άξονα σύμφωνα με τη σχέση

$$I_i(x) = C_2 + B_1 e^{B_2 x}$$

όπου B_1, B_2, C_2 είναι σταθερές.

B2	Να γράψετε τις σχέσεις των σταθερών B_1, B_2 σε συνάρτηση με τα μεγέθη $Z_{ext}, \alpha, \theta, L, S, C_1$ (0,6 μονάδες)
B3	Να γράψετε τη συνθήκη για το $I_1(x)$ όταν $x = L$ (0,3 μονάδες)
B4	Να γράψετε τη συνθήκη για το $I_1(x)$ και για το $I_2(x)$ όταν $x = 0$. (0.6 μονάδες)
B5	Να βρείτε το ολικό ρεύμα I και να το εκφράσετε σε σχέση με τα $Z_{ext}, \alpha, \gamma, \theta, L, S$. Υποθέστε ότι αυτό παραμένει πεπερασμένο. (1.2 μονάδες)

Έστω ότι ο συντελεστής Townsend α είναι σταθερός. Όταν το μήκος του σωλήνα γίνει μεγαλύτερο από μια κρίσιμη τιμή, δηλαδή $L > L_{cr}$, ο εξωτερικός ιονιστής μπορεί να τεθεί εκτός λειτουργίας και η εκκένωση γίνεται ατοσυντηρούμενη.

B6	Να γράψετε τη σχέση του L_{cr} με τα μεγέθη $Z_{ext}, \alpha, \gamma, \theta, L, S$ (0,5 μονάδες)
-----------	---

Πρόβλημα 3. Απλό μοντέλο εκκένωσης αερίου (10 μονάδες)

Μέρος	Απάντηση	Μονάδες
Μέρος Α. Μη αυτοσυντηρούμενη εκκένωση αερίου (4,8 μονάδες)		
A1. 1,8 μονάδες	$n_o =$ $a =$ $b =$	
A2. 0,6 μονάδες	$n_g =$	
A3. 1,7 μονάδες	$I =$	
A4. 0,7 μονάδες	$\rho =$	
Μέρος Β. Αυτοσυντηρούμενη εκκένωση αερίου (5,2 μονάδες)		
B1. 2,0 μονάδες	$A_1 =$ $A_2 =$	
B2. 0,6 μονάδες	$E_1 =$ $E_2 =$	

B3. 0,3 μονάδες	$I_1(L) =$	
B4. 0,6 μονάδες	$I_1(0) =$ $I_2(0) =$	
B5. 1,2 μονάδες	$I =$	
B6. 0,5 μονάδες	$L_{cr} =$	

Θα ακολουθήσει, σύντομα, η ανάρτηση και των απαντήσεων / λύσεων