

09 Ιουλίου 2015

Γενικές Οδηγίες

- Η θεωρητική εξέταση διαρκεί 5 ώρες και βαθμολογείται με άριστα το 30.
- Δεν πρέπει να ανοίξετε το φάκελο των εκφωνήσεων πριν ακουστεί το ηχητικό σήμα έναρξης της εξέτασης.
- Για τις απαντήσεις σας θα σας δοθούν ειδικά Απαντητικά Φύλλα (ΑΦ) της IPhO. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας στα κατάλληλα πλαίσια του αντίστοιχου ΑΦ (με την επισήμανση **A**). Επίσης θα σας δοθούν επιπλέον λευκές σελίδες για τους αναλυτικούς υπολογισμούς σας/πρόχειρο (με την επισήμανση **D**). Αν σημειώσετε κάτι σε αυτά τα φύλλα που δεν επιθυμείτε να βαθμολογηθεί, φροντίστε να το διαγράψετε με ένα X.
- Συμπληρώστε όλα τα πεδία στην κεφαλίδα κάθε σελίδας (Κωδικός υποψηφίου, ενδείξεις Q - T1, T2 ή T3 και Αριθμός Σελίδας).
- Ενδέχεται να μπορείτε να λύσετε κάποια από τα ερωτήματα του προβλήματος χωρίς να έχετε απαντήσει σε προγενέστερα.
- Δεν επιτρέπεται να εγκαταλείψετε τη θέση εργασίας σας χωρίς άδεια. Αν χρειάζεστε οποιαδήποτε βοήθεια (χαλασμένος υπολογιστής τσέπης, φυσική ανάγκη, κ.λπ.), παρακαλείστε να τραβήξετε την προσοχή του επιτηρητή σηκώνοντας την κατάλληλη κάρτα (κόκκινη για βοήθεια, πράσινη για φυσική ανάγκη).
- Ηχητικές σημάνσεις καθορίζουν την έναρξη και τη λήξη της εξέτασης. Επιπρόσθετα θα ακούγεται μια ηχητική σήμανση ανά ώρα, υποδεικνύοντας το χρόνο που έχει παρέλθει. Δεκαπέντε λεπτά πριν τη λήξη της εξέτασης θα ακουστεί ειδικό ηχητικό σήμα.
- Όταν σημάνει η λήξη της εξέτασης πρέπει να αμέσως σταματήσετε να γράφετε. Τακτοποιήστε και αριθμήστε τα ΑΦ και τα πρόχειρα. Τοποθετήστε τα στο φάκελο που θα σας δοθεί τον οποίο θα αφήσετε στο τραπέζι σας. Δεν επιτρέπεται να πάρετε μαζί σας σελίδες της εξέτασης κατά την αποχώρησή σας.
- Περιμένετε στο τραπέζι σας μέχρι την παραλαβή του φακέλου σας. Όταν μαζευτούν όλοι οι φάκελοι, ο οδηγός σας θα σας καθοδηγήσει για την αποχώρησή σας.
- Στην επόμενη σελίδα δίνεται κατάλογος με τις τιμές φυσικών σταθερών.

Φύλλο Γενικών Δεδομένων

Επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης	g	9.807 m s^{-2}
Ατμοσφαιρική πίεση	P_{atm}	$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$
Αριθμός Avogadro	N_{A}	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Σταθερά Boltzmann	k_{B}	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Ενέργεια σύνδεσης ατόμου του υδρογόνου	–	13.606 eV
Απόλυτη τιμή φορτίου ηλεκτρονίου	e	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Μάζα ηλεκτρονίου	m_e	$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Μάζα πρωτονίου	m_p	$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Μάζα νετρονίου	m_n	$1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Μαγνητική διαπερατότητα του κενού	μ_0	$1.257 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$
Διηλεκτρική σταθερά του κενού	ϵ_0	$8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
Σταθερά Planck	h	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Ταχύτητα του ήχου στο αέρα (σε θερμοκρασία δωματίου)	c_s	$3.403 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$
Ταχύτητα του φωτός στο κενό	c	$2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Σταθερά Stefan-Boltzmann	σ	$5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$
Παγκόσμια σταθερά βαρύτητας	G	$6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Παγκόσμια σταθερά των αερίων	R	$8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Σωματίδια από τον Ήλιο

(Σύνολο μονάδων: 10)

Φωτόνια από την επιφάνεια του Ήλιου και νετρίνα από τον πυρήνα του μπορούν να μας αποκαλύψουν πληροφορίες για τη θερμοκρασία του και να επιβεβαιώσουν το γεγονός ότι ο Ήλιος φωτοβολεί εξ αιτίας των πυρηνικών αντιδράσεων.

Στο πρόβλημα αυτό να θεωρήσετε ότι η μάζα του Ήλιου ισούται με $M_{\odot} = 2,00 \times 10^{30}$ kg, η ακτίνα του $R_{\odot} = 7,00 \times 10^8$ m, η Φωτεινότητά του (εκπεμπόμενη ενέργεια ανά μονάδα χρόνου) $L_{\odot} = 3,85 \times 10^{26}$ W, και η απόσταση Γης-Ήλιου ισούται με $d_{\odot} = 1,50 \times 10^{11}$ m.

Να λάβετε υπόψη σας ότι ισχύουν οι σχέσεις:

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

A Ακτινοβολία από τον Ήλιο :

A1	Υποθέστε ότι ο Ήλιος ακτινοβολεί ως τέλειο Μέλαν (μαύρο) Σώμα. Χρησιμοποιήστε το δεδομένο αυτό για να υπολογίσετε την επιφανειακή θερμοκρασία T_s .	0,3
----	---	------------

Το φάσμα της ηλιακής ακτινοβολίας μπορεί με καλή προσέγγιση να περιγραφεί από την Κατανομή Wien. Κατά συνέπεια η ηλιακή ενέργεια που προσπίπτει σε οποιαδήποτε επιφάνεια στη Γη ανά μονάδα χρόνου συναρτήσει της συχνότητας $u(\nu)$ δίνεται από τη σχέση:

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

Όπου ν είναι η συχνότητα και A το εμβαδό της επιφάνειας που είναι κάθετη στη διεύθυνση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Ας θεωρήσουμε ότι μια Ηλιακή Κυψελίδα αποτελείται από ένα λεπτό δίσκο ημιαγωγίου υλικού εμβαδού A , ο οποίος τοποθετείται κάθετα στη διεύθυνση των ηλιακών ακτίνων.

A2	Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση Wien, να εκφράσετε τη συνολική εκπεμπόμενη ηλιακή ισχύ P_{in} , που προσπίπτει στην επιφάνεια της ηλιακής κυψελίδας, συναρτήσει των A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s και των θεμελιωδών σταθερών c , h , k_B .	0,3
----	--	------------

A3	Να εκφράσετε το πλήθος των φωτονίων $n_{\nu}(\nu)$ ανά μονάδα χρόνου και ανά μοναδιαίο διάστημα συχνοτήτων, που προσπίπτουν στην ηλιακή κυψελίδα συναρτήσει των A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s , ν και των θεμελιωδών σταθερών c , h , k_B .	0,2
----	---	------------

Ο ημιαγωγός της ηλιακής κυψελίδας παρουσιάζει ένα ενεργειακό χάσμα E_g . Θεωρούμε το ακόλουθο μοντέλο: κάθε φωτόνιο με ενέργεια $E \geq E_g$ διεγείρει ένα άτομο, φέρνοντας ένα ηλεκτρόνιο του σε στάθμη ψηλότερη από το ενεργειακό χάσμα. Αυτό το ηλεκτρόνιο συνεισφέρει ενέργεια ίση με E_g , στην ωφέλιμη παραγόμενη ενέργεια, ενώ οποιοδήποτε πλεόνασμα εκλύεται με τη μορφή θερμότητας (χωρίς να μετατρέπεται σε ωφέλιμη ενέργεια).

A4	Να ορίσετε το μέγεθος $x_g = h\nu_g/k_B T_s$ όπου $E_g = h\nu_g$. Να εκφράσετε την ωφέλιμη ισχύ της κυψελίδας P_{out} συναρτήσει των x_g , A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s και των θεμελιωδών σταθερών c , h , k_B .	1,0
----	---	------------

A5	Να εκφράσετε τον συντελεστή απόδοσης η , της κυψελίδας συναρτήσει του x_g .	0,2
----	--	------------

A6	Να σχεδιάσετε μια ποιοτική γραφική παράσταση του η σε σχέση με το x_g . Να συμπεριλάβετε οπωσδήποτε τα σημεία για $x_g = 0$ και $x_g \rightarrow \infty$. Ποια είναι η κλίση του $\eta(x_g)$ στα $x_g = 0$ και $x_g \rightarrow \infty$;	1,0
----	---	------------

A7	Έστω x_0 η τιμή του x_g για την οποία η τιμή του η γίνεται μέγιστη. Να βρείτε τη συνάρτηση τριτου βαθμού που δίνει το x_0 . Να εκτιμήσετε την τιμή του x_0 με ακρίβεια $\pm 0,25$. Δηλ. να υπολογίσετε το $\eta(x_0)$.	1,0
----	---	------------

A8	Το ενεργειακό χάσμα του καθαρού πυριτίου είναι $E_g = 1,11 \text{ eV}$. Να υπολογίσετε τον συντελεστή απόδοσης η_{Si} , μιας ηλιακής κυψελίδας από πυρίτιο, χρησιμοποιώντας την τιμή αυτή.	0,2
----	---	------------

Στα τέλη του 19^{ου} αιώνα οι Kelvin και Helmholtz (KH) πρότειναν μια Υπόθεση για να εξηγήσουν τον μηχανισμό ακτινοβολίας του Ήλιου. Ξεκινώντας ως ένα μεγάλο νέφος ύλης μάζας M_{\odot} , και αμελητέας πυκνότητας, ο Ήλιος συρρικνώνεται συνεχώς. Συνεπώς η ακτινοβολία του οφείλεται στην εκπομπή βαρυτικής δυναμικής ενέργειας κατά τη βραδεία συστολή του.

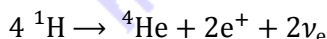
A9	Ας υποθέσουμε ότι η πυκνότητα του Ήλιου είναι σταθερή στο εσωτερικό του. Να βρείτε την ολική βαρυτική δυναμική ενέργεια Ω του Ήλιου στη σημερινή εποχή, συναρτήσει των G , M_{\odot} και R_{\odot} .	0,3
----	---	------------

A10	Να εκτιμήσετε το μέγιστη δυνατή διάρκεια ηλιακής ακτινοβολίας τ_{KH} (σε έτη) σύμφωνα με την Υπόθεση KH. Να υποθέσετε ότι η Φωτεινότητα του Ήλιου παρέμεινε σταθερή καθόλη τη διάρκεια αυτή.	0,5
-----	--	------------

Η υπολογιζόμενη τιμή της τ_{KH} δεν ταιριάζει με την ηλικία του ηλιακού συστήματος, όπως εκτιμάται από τη μελέτη μετεωριτών. Αυτό αποδεικνύει ότι η πηγή ενέργειας του Ήλιου δε μπορεί να είναι αποκλειστικά βαρυτικής φύσης.

B Νετρίνα από τον Ήλιο:

Το 1938 ο Hans Bethe πρότεινε ότι η πυρηνική σύντηξη του υδρογόνου σε ήλιο στον πυρήνα του Ήλιου είναι η πηγή ενέργειας του. Η τελική πυρηνική αντίδραση είναι:



Μπορεί να θεωρηθεί ότι τα νετρίνα του ηλεκτρονίου ν_e , που παράγονται από την αντίδραση αυτή, δεν έχουν μάζα. Η διαφυγή τους από τον Ήλιο και η ανίχνευση τους στη Γη επιβεβαιώνει ότι στο εσωτερικό του Ήλιου συμβαίνουν πυρηνικές αντιδράσεις. Στο πρόβλημα αυτό η ενέργεια που αφαιρούν τα νετρίνα με την απομάκρυνσή τους αγνοείται.

B1	Να υπολογίσετε την πυκνότητα ροής Φ_{ν} του πλήθους των νετρίνων που φτάνουν στη Γη, σε μονάδες $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$. Η ενέργεια που απελευθερώνεται στην προηγούμενη αντίδραση είναι $\Delta E = 4,0 \times 10^{-12} \text{ J}$. Να υποθέσετε ότι η ενέργεια που ακτινοβολεί ο Ήλιος οφείλεται εξ ολοκλήρου σε αυτή.	0,6
----	--	------------

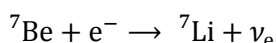
Ταξιδεύοντας από τον πυρήνα του Ήλιου προς τη Γη, κάποια από τα νετρίνα του ηλεκτρονίου ν_e , μετατρέπονται σε νετρίνα άλλου τυπου ν_x . Η ικανότητα του ανιχνευτή να ανιχνεύει τα ν_x είναι το 1/6 της ικανότητάς του να ανιχνεύει τα ν_e . Αν δεν υπάρχει μετατροπή νετρίνων, αναμένουμε να ανιχνεύεται ένας μέσος αριθμός N_1 νετρίνων μέσα σε ένα έτος. Ωστόσο, λόγω της μετατροπής, ένας μέσος αριθμός N_2 νετρίνων (συνδυασμός των ν_e και ν_x) ανιχνεύεται σε ένα έτος.

B2	Να υπολογίσετε το κλάσμα f των ν_e που μετατρέπονται σε ν_x , συναρτήσει των N_1 και N_2 .	0,4
----	--	------------

Για την ανίχνευση των νετρίνων έχουν κατασκευαστεί μεγάλοι ανιχνευτές γεμάτοι με νερό. Αν και οι αντιδράσεις των νετρίνων με την ύλη είναι πολύ σπάνιες, περιστασιακά εκτοξεύουν ηλεκτρόνια από τα μόρια του νερού μέσα στον ανιχνευτή. Αυτά τα μεγάλης ενέργειας ηλεκτρόνια κινούνται μέσα στο νερό με μεγάλες ταχύτητες, εκπέμποντας ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Όσο η ταχύτητα αυτών των ηλεκτρονίων είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο νερό (δείκτης διάθλασης, n), αυτή η ακτινοβολία, η οποία ονομάζεται ακτινοβολία Cherenkov, εκπέμπεται σε σχήμα κώνου.


B3	Υποθέστε ότι ένα ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται από ένα νετρίνο, το οποίο χάνει ενέργεια με σταθερό ρυθμό a ανά μονάδα χρόνου, καθώς ταξιδεύει μέσα στο νερό. Αν αυτό το ηλεκτρόνιο εκπέμπει ακτινοβολία Cherenkov για κάποιο χρονικό διάστημα Δt , να προσδιορίσετε την ενέργεια που μεταδίδεται στο ηλεκτρόνιο (E_{imparted}) από το νετρίνο, συναρτήσει των a , Δt , n , m_e και c . (Υποθέστε ότι το ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε ηρεμία πριν από την αντίδρασή του με το νετρίνο.)	2,0
----	---	------------

Η σύντηξη του H σε He μέσα στον Ήλιο λαμβάνει χώρα σε διάφορα στάδια. Ένας πυρήνας ${}^7\text{Be}$ (μάζα ηρεμίας m_{Be}) παράγεται σε κάποιο από αυτά τα στάδια. Ακολούθως, μπορεί να απορροφήσει ένα ηλεκτρόνιο παράγοντας έναν πυρήνα ${}^7\text{Li}$ (μάζα ηρεμίας, $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) και να εκπέμψει ένα ν_e . Η σχετική πυρηνική αντίδραση είναι:



Όταν ο πυρήνας Be ($m_{\text{Be}} = 11,65 \times 10^{-27} \text{ kg}$) βρίσκεται σε ηρεμία και απορροφά ένα ηλεκτρόνιο, επίσης σε ηρεμία, τότε το εκπεμπόμενο νεutrino έχει ενέργεια $E_\nu = 1,44 \times 10^{-13} \text{ J}$. Ωστόσο, οι πυρήνες Be βρίσκονται σε τυχαία θερμική κίνηση που οφείλεται στη θερμοκρασία T_c στον πυρήνα του Ήλιου, και συμπεριφέρονται ως κινούμενες πηγές νεutrίνων. Ως αποτέλεσμα, η ενέργεια των εκπεμπόμενων νεutrίνων μεταβάλλεται κατά την τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ενεργειών (root mean square - rms) ΔE_{rms} .

B4	Αν $\Delta E_{rms} = 5,54 \times 10^{-17} \text{ J}$, να υπολογίσετε την rms αριθμητική ταχύτητα V_{Be} των πυρήνων των Be και από αυτήν να εκτιμήσετε την T_c . (Υπόδειξη: Η ΔE_{rms} εξαρτάται από την rms τιμή της συνιστώσας της ταχύτητας κατά μήκος της ευθείας παρατήρησης).	2,0
----	---	------------

Ερώτημα	Απάντηση	Μονάδες
A1	$T_s =$	0,3
A2	$P_{in} =$	0,3
A3	$n_\gamma(\nu) =$	0,2
A4	$P_{out} =$	1,0
A5	$\eta =$	0,2
A6	<p>Ποιοτική Γραφική Παράσταση του η ως προς x_g</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Κλίση στο $x_g = 0$: _____</p> <p>Κλίση στο $x_g \rightarrow \infty$: _____</p> </div> </div>	1,0
A7	$x_0 =$ $\eta(x_0) =$	1,0
A8	$\eta_{Si} =$	0,2
A9	$\Omega =$	0,3
A10	$\tau_{KH} =$	0,5

B1	$\Phi_\nu =$	0,6
B2	$f =$	0,4
B3	$E_{\text{imparted}} =$	2,0
B4	$V_{\text{Be}} =$ $T_c =$	2,0