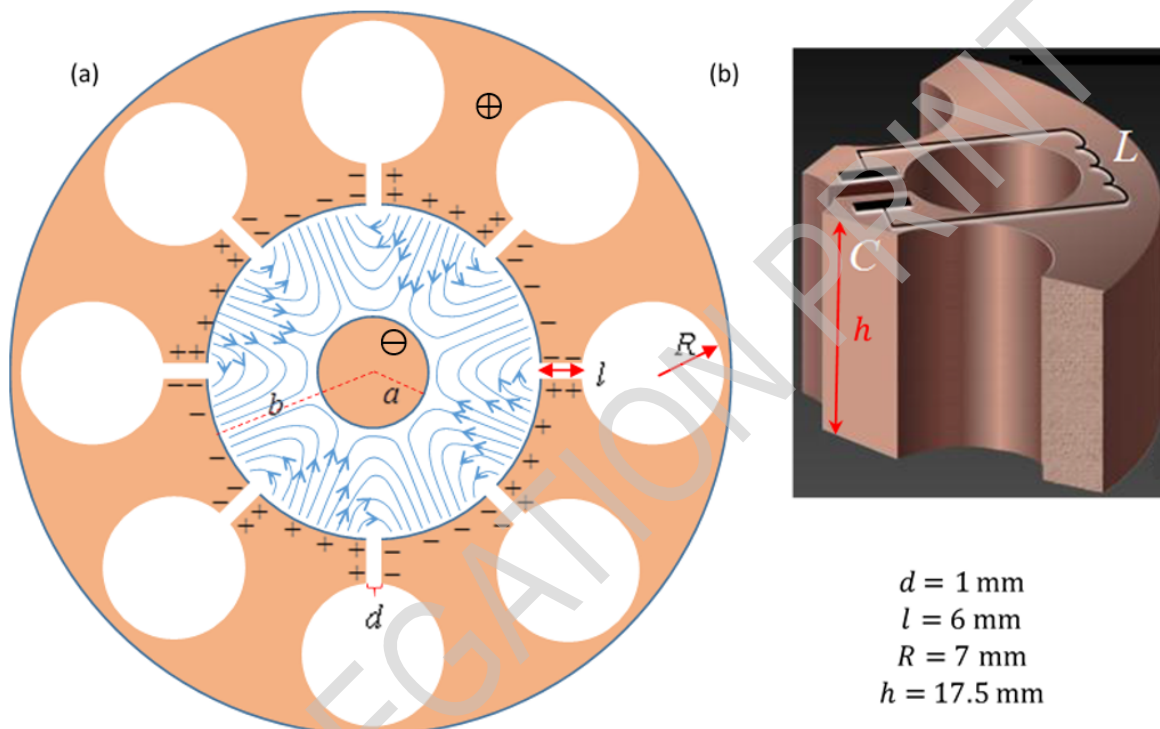


Η Φυσική του Φούρνου Μικροκυμάτων

Αυτό το πρόβλημα πραγματεύεται την παραγωγή ακτινοβολίας μικροκυμάτων σε ένα φούρνο μικροκυμάτων, και τη χρήση της στη θέρμανση του φαγητού. Η ακτινοβολία μικροκυμάτων παράγεται σε μία συσκευή η οποία ονομάζεται "μάγνητρον". Το Μέρος Α αφορά στη λειτουργία του μάγνητρον, ενώ το μέρος Β αναφέρεται στην απορρόφηση της ακτινοβολίας μικροκυμάτων από το φαγητό.



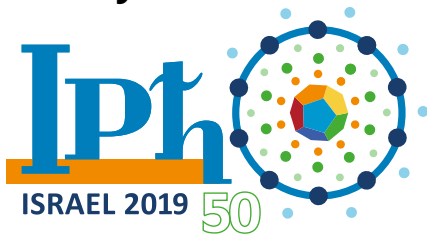
Σχήμα 1

Μέρος Α: Δομή και λειτουργία του μάγνητρον (6.6 points)

Το μάγνητρον είναι μια συσκευή για την παραγωγή ακτινοβολίας μικροκυμάτων, είτε με τη μορφή παλμών (με εφαρμογή στα ραντάρ), είτε ως συνεχής εκπομπή (π.χ. στον φούρνο μικροκυμάτων). Το μάγνητρον έχει λειτουργία αυτο-ενίσχυσης ταλαντώσεων. Η τροφοδοσία του μάγνητρον με συνεχή (μη-εναλλασσόμενη) τάση, το φέρνει πολύ γρήγορα στη λειτουργία αυτή. Η κατ' αυτό τον τρόπο παραγόμενη ακτινοβολία μικροκυμάτων εκπέμπεται έξω από το μάγνητρον.

Ένα τυπικό μάγνητρον φούρνου μικροκυμάτων, αποτελείται από μία κυλινδρική κάθοδο από χαλκό (ακτίνας a), γύρω από την οποία βρίσκεται η άνοδος (με ακτίνα b). Η άνοδος έχει το σχήμα ενός παχέος κυλινδρικού κελύφους στο οποίο έχουν διανοιχθεί κυλινδρικές κοιλότητες. Αυτές οι κοιλότητες είναι γνωστές ως συντονιζόμενα αντηχεία. Ένα από αυτά είναι συνδεδεμένο σε μία κεραία, η οποία μπορεί να εκπέμψει την ενέργεια των μικροκυμάτων έξω από το μάγνητρον. Στη συνέχεια θα αγνοήσουμε την κεραία. Όλοι οι εσωτερικοί χώροι βρίσκονται σε κενό. Θα εξετάσουμε ένα τυπικό μάγνητρον με οκτώ αντηχεία, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 1 (α). Η τρισδιάστατη δομή ενός απλού αντηχείου φαίνεται στο Σχήμα 1 (β). Όπως υποδεικνύεται εκεί, καθεμία από τις οκτώ κοιλότητες συμπεριφέρεται ως αντηχείο πηνίου-πυκνωτή (LC), με συχνότητα λειτουργίας $f = 2,45 \text{ GHz}$.

Κατά μήκος του άξονα του μάγνητρον, εφαρμόζεται ένα στατικό ομογενές μαγνητικό πεδίο με φορά



προς τον αναγνώστη - Σχήμα 1 (α). Επιπλέον, εφαρμόζεται μια σταθερή τάση μεταξύ της ανόδου (θετικό δυναμικό) και της καθόδου (αρνητικό δυναμικό). Τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από την κάθοδο φτάνουν στην άνοδο και την φορτίζουν, προκαλώντας μια ταλάντωση κατά τρόπο ώστε το φορτίο που συγκεντρώνεται σε δύο διαδοχικά αντηχεία να είναι αντίθετου πρόσημου. Η ταλάντωση των κοιλοτήτων ενισχύει αυτές τις ταλαντώσεις.

Η διαδικασία που περιγράφηκε πιο πάνω δημιουργεί ένα εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο με την προαναφερθείσα συχνότητα $f = 2,45 \text{ GHz}$ (μπλε γραμμές στην Εικόνα 1(α) - το στατικό πεδίο δεν απεικονίζεται) μεταξύ της καθόδου και της ανόδου, επιπρόσθετα με το στατικό πεδίο που προκαλείται από την εφαρμοζόμενη συνεχή τάση. Στη σταθερή κατάσταση, το τυπικό πλάτος του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ ανόδου και καθόδου είναι περίπου το $\frac{1}{3}$ του στατικού ηλεκτρικού πεδίου που επικρατεί στα σημεία αυτά. Η κίνηση των ηλεκτρονίων στον χώρο μεταξύ της καθόδου και της ανόδου επηρεάζεται τόσο από το στατικό, όσο και από το εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Αυτό κάνει τα ηλεκτρόνια που φθάνουν στην άνοδο, να μεταβιβάζουν περίπου το 80% της ενέργειας που αποκτούν από το στατικό πεδίο, στο εναλλασσόμενο πεδίο. Ένα μικρό ποσοστό των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων επιστρέφει στην κάθοδο και απελευθερώνει επιπλέον ηλεκτρόνια, ενισχύοντας περαιτέρω το εναλλασσόμενο πεδίο.

Κάθε αντηχείο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα ζεύγος πυκνωτή και πηνίου, βλ. Σχήμα 1 (b). Η χωρητικότητα του πυκνωτή προέρχεται κυρίως από τα επίπεδα μέρη της επιφάνειας του αντηχείου, ενώ η επαγωγή του πηνίου προέρχεται από το κυλινδρικό τμήμα. Ας υποθέσουμε ότι το ρεύμα στο αντηχείο κινείται ομοιόμορφα πολύ κοντά στην επιφάνεια της κυλινδρικής του κοιλότητας και ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από αυτό το ρεύμα ισούται με το 0,6 εκείνης ενός ιδανικού σωληνοειδούς άπειρου μήκους. Τα διάφορα μήκη που ορίζουν τη γεωμετρία του αντηχείου δίνονται στο Σχήμα 1 (b). Η διηλεκτρική σταθερά στο κενό και η μαγνητική διαπερατότητα είναι $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ και $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ αντίστοιχα.

- A.1** Να χρησιμοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα για να εκτιμήσετε τη συχνότητα του αντηχείου f_{est} . (Το αποτέλεσμα μπορεί να διαφέρει από την πραγματική τιμή, $f = 2.45 \text{ GHz}$. Να χρησιμοποιήσετε την **πραγματική** τιμή στη συνέχεια του προβλήματος.) 0.4pt

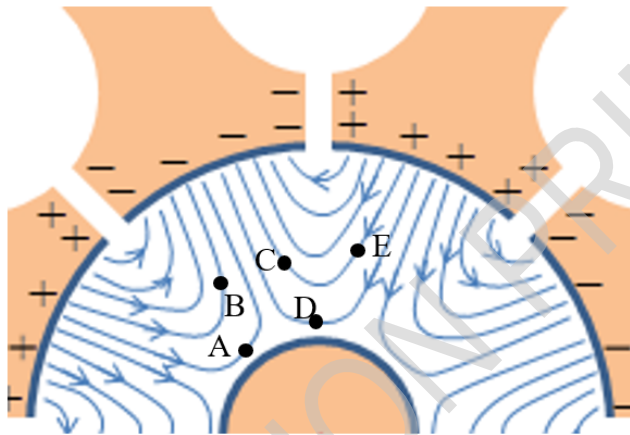
Το Ερώτημα A.2 παρακάτω δεν ασχολείται με το ίδιο το μάγνητρον, αλλά βοηθά στη εξοικείωση με σχετιζόμενες φυσικές έννοιες. Θεωρείστε ένα ηλεκτρόνιο που κινείται στον ελεύθερο χώρο υπό την επίδραση ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που έχει κατεύθυνση κατά μήκος του αρνητικού άξονα y , $\vec{E} = -E_0 \hat{y}$, και ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο με κατεύθυνση κατά μήκος του θετικού άξονα z , $\vec{B} = B_0 \hat{z}$. (E_0 και B_0 είναι θετικές ποσότητες, $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ είναι μοναδιαία διανύσματα προσανατολισμένα κατά τρόπο ώστε να ορίζουν ένα σύστημα αναφοράς στο χώρο). Συμβολίζουμε με $\vec{u}(t)$ την ταχύτητα του ηλεκτρονίου σε συνάρτηση με τον χρόνο t . Η ταχύτητα ολίσθησης \vec{u}_D του ηλεκτρονίου ορίζεται ως η μέση ταχύτητα του. Συμβολίζουμε με m και $-e$ τη μάζα και το φορτίο του ηλεκτρονίου, αντίστοιχα.

- A.2** Σε κάθε μια από τις ακόλουθες δύο περιπτώσεις, να υπολογίσετε την \vec{u}_D . Επιπλέον, να σχεδιάσετε στο φύλλο απαντήσεων την τροχιά του ηλεκτρονίου κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος $0 < t < \frac{4\pi m}{eB_0}$ αν:
- τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι $\vec{u}(0) = (3E_0/B_0)\hat{x}$,
 - τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι $\vec{u}(0) = -(3E_0/B_0)\hat{x}$.

Τώρα επιστρέφουμε στη συζήτησή για το μάγνητρον. Η απόσταση μεταξύ της καθόδου και της ανόδου είναι 15 mm. Ας υποθέσουμε ότι, λόγω της προαναφερθείσας απώλειας ενέργειας στα εναλλασσόμενα πεδία, η μέγιστη κινητική ενέργεια κάθε ηλεκτρονίου δεν υπερβαίνει την τιμή $K_{\text{max}} = 800 \text{ eV}$. Η ένταση

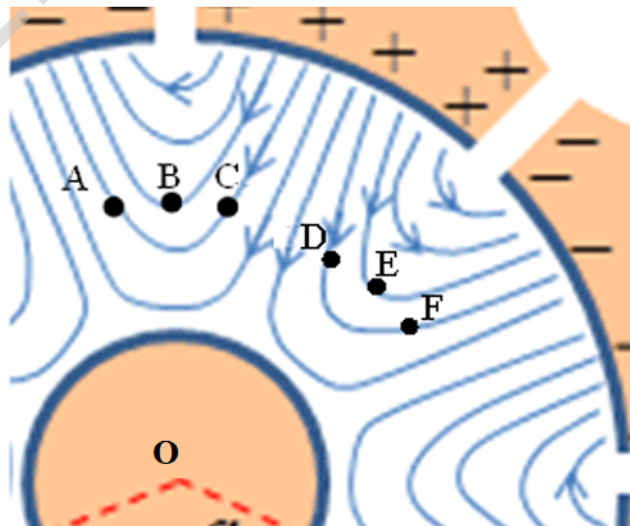
του στατικού μαγνητικού πεδίου είναι $B_0 = 0.3 \text{ T}$. Η μάζα και το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ και $-e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, αντίστοιχα.

- A.3** Να εκτιμήσετε την αριθμητική τιμή της μέγιστης ακτίνας r της κίνησης των ηλεκτρονίων στο σύστημα αναφοράς στο οποίο η κίνηση αυτή είναι περίπου κυκλική, θεωρώντας το σύστημα αναφοράς ως κατά προσέγγιση αδρανειακό. 0.4pt



Σχήμα 2

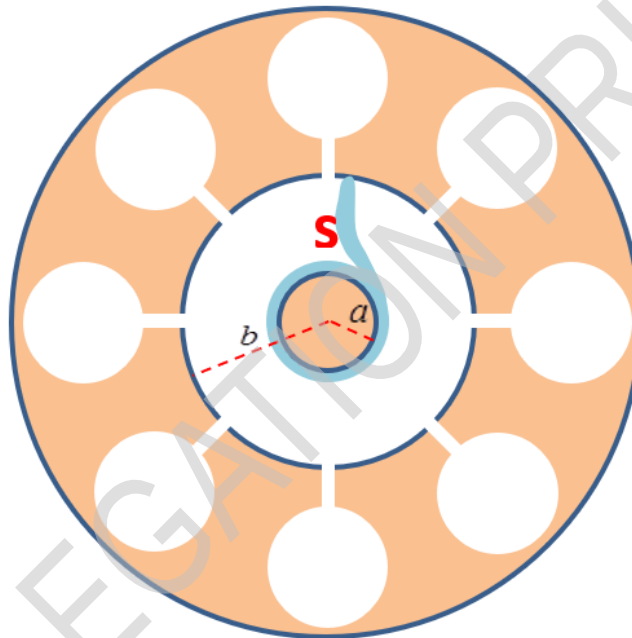
- A.4** Το σχήμα 2 απεικονίζει τις δυναμικές γραμμές του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ της ανόδου και της καθόδου σε δεδομένη χρονική στιγμή (το στατικό πεδίο δεν απεικονίζεται). Στο Φύλλο Απαντήσεων να γράψετε ποιο από τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στις θέσεις A, B, C, D και E θα ολισθήσει προς την άνοδο, ποιο θα ολισθήσει προς την κάθοδο και ποιο θα ολισθήσει σε κατεύθυνση κάθετη προς την ακτίνα εκείνη τη στιγμή. 1.2pt



Σχήμα 3

Το Σχήμα 3 απεικονίζει τις δυναμικές γραμμές του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ της ανόδου και της καθόδου (το στατικό πεδίο δεν απεικονίζεται) σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Οι θέσεις έξι ηλεκτρονίων εκείνη τη στιγμή σημειώνονται με τα γράμματα A, B, C, D, E και F. Όλα τα ηλεκτρόνια βρίσκονται στην ίδια απόσταση από την κάθοδο.

- A.5** Μελετήστε την κατάσταση που εικονίζεται στο Σχήμα 3. Για κάθε ένα από τα έξι ζευγάρια ηλεκτρονίων AB, AC, BC, DE, DF και EF να γράψετε στο Φύλλο Απαντήσεων εάν η ολίσθηση τους θα προκαλέσει αύξηση ή μείωση της γωνίας μεταξύ των διανυσμάτων θέσης τους (μετρούμενη από το κέντρο της καθόδου O). 1.2pt



Σχήμα 4

Το μοτίβο που ανακαλύψατε στο ερώτημα A.5 λειτουργεί ως μηχανισμός εστίασης που συγκεντρώνει τα ηλεκτρόνια στο χώρο ανάμεσα στην κάθοδο και την άνοδο σε ακτινική διάταξη. Το Σχήμα 4 απεικονίζει μία τέτοια διάταξη, που σημειώνεται με το γράμμα S.

- A.6** Να σχεδιάσετε στο Φύλλο Απαντήσεων τις άλλες ακτινικές διατάξεις εκείνη τη στιγμή. Να δείξετε με βέλη την κατεύθυνση περιστροφής τους και να υπολογίσετε τη μέση γωνιακή ταχύτητά τους ω_s . 0.8pt

Υποθέστε ότι το ολικό ηλεκτρικό πεδίο στο μέσο της απόστασης μεταξύ της καθόδου και της ανόδου προσεγγίζεται από τη μέση τιμή του στατικού πεδίου κατά μήκος της απόστασης από την κάθοδο μέχρι την άνοδο και ότι οι διατάξεις των ηλεκτρονίων είναι περίπου ακτινικές στην περιοχή αυτή. Οι ακτίνες καθόδου και ανόδου (a και b , αντίστοιχα) ορίζονται στο Σχήμα 4.

- A.7** Να βρείτε μία κατά προσεγγιστική έκφραση για την τάση του στατικού ηλεκτρικού πεδίου V_0 που απαιτείται για τη λειτουργία του μάγνητρον κατά τον τρόπο που περιγράψαμε. (Η σχέση που θα βρείτε δίνει κατά προσέγγιση την ελάχιστη τιμή που απαιτείται για τη λειτουργία μάγνητρον - η βέλτιστη τάση είναι κάπως υψηλότερη.) 1.1pt

Μέρος Β: Αλληλεπίδραση της μικροκυματικής ακτινοβολίας με τα μόρια νερού (3.4 points)

Αυτό το μέρος διαπραγματεύεται τη χρήση της ακτινοβολίας μικροκυμάτων (που εκπέμπεται από την κεραία του μάγνητρον μέσα στον θάλαμο του φαγητού) για μαγείρεμα, για τη θέρμανση δηλαδή ενός διηλεκτρικού υλικού (με απώλειες) όπως το νερό, είτε είναι καθαρό είτε περιέχει αλάτι (το οποίο είναι το μοντέλο μας για την περίπτωση π.χ. της σούπας).

Ένα ηλεκτρικό δίπολο είναι μια διάταξη δύο ίσων και αντίθετων ηλεκτρικών φορτίων q και $-q$ σε μικρή απόσταση d μεταξύ τους. Η ηλεκτρική ροπή του διπόλου είναι διανυσματικό μέγεθος με κατεύθυνση από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο, ενώ το μέτρο της δίνεται από τη σχέση $p = qd$.

Ένα χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}(t) = E(t)\hat{x}$ εφαρμόζεται σε ένα μόνο δίπολο $\vec{p}(t)$ με ηλεκτρική ροπή σταθερού μέτρου $p_0 = |\vec{p}(t)|$. Η γωνία μεταξύ της ροπής του διπόλου και του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\theta(t)$.

- B.1** Να γράψετε εκφράσεις για το μέτρο της ροπής δύναμης $\tau(t)$ η οποία προκαλείται από το ηλεκτρικό πεδίο στο δίπολο και της ισχύος $H_i(t)$ που παρέχεται από το πεδίο στο δίπολο συναρτήσει των μεγεθών p_0 , $E(t)$, $\theta(t)$ και των παραγώγων τους. 0.5pt

Τα μόρια του νερού είναι πολωμένα, επομένως μπορούν να θεωρηθούν ως ηλεκτρικά δίπολα. Λόγω των ισχυρών δεσμών υδρογόνου μεταξύ των μορίων του νερού στην υγρή του κατάσταση, δεν μπορεί κανείς να τα θεωρήσει ως ανεξάρτητα δίπολα. Αντίθετα, πρέπει να αναφερθούμε στο διάνυσμα πόλωσης $\vec{P}(t)$, το οποίο είναι η πυκνότητα της διπολικής ροπής (μέση τιμή διπολικής ροπής ανά μονάδα όγκου ενός συνόλου μορίων νερού). Η πόλωση $\vec{P}(t)$ είναι παράλληλη με το τοπικά εφαρμοζόμενο εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο (της ακτινοβολίας μικροκυμάτων) $\vec{E}(t)$, και ταλαντώνεται ως προς το χρόνο με πλάτος ανάλογο του πλάτους του τοπικού εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου, αλλά με υστέρησης φάσης δ .

Το τοπικά εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο στην δεδομένη θέση μέσα στο νερό είναι $\vec{E}(t) = E_0 \sin(\omega t)\hat{x}$, όπου $\omega = 2\pi f$, προκαλεί πόλωση $\vec{P}(t) = \beta \epsilon_0 E_0 \sin(\omega t - \delta)\hat{x}$, όπου η αδιάστατη σταθερό β είναι χαρακτηριστική ιδιότητα του νερού.

- B.2** Να βρείτε μία συνάρτηση για τη μέση τιμή της χρονικά εξαρτώμενης ισχύος $\langle H(t) \rangle$ ανα μονάδα όγκου που απορροφάται από το νερό. Η μέση ως προς το χρόνο τιμή μιας χρονικά εξαρτώμενης μεταβλητή $f(t)$ στη διάρκεια μιας περιόδου T ορίζεται ως: 0.5pt

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt. \quad (1)$$

Ας εξετάσουμε τώρα τη διάδοση της ακτινοβολίας μέσω του νερού. Η σχετική διηλεκτρική σταθερά του νερού (στη συχνότητα του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου) είναι ϵ_r , και ο αντίστοιχος δείκτης διάθλασης του νερού είναι $n = \sqrt{\epsilon_r}$. Η στιγμιαία πυκνότητα ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση

$\frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0 E^2$. Οι μέσες τιμές της πυκνότητα ενέργειας του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίων είναι ίσες.

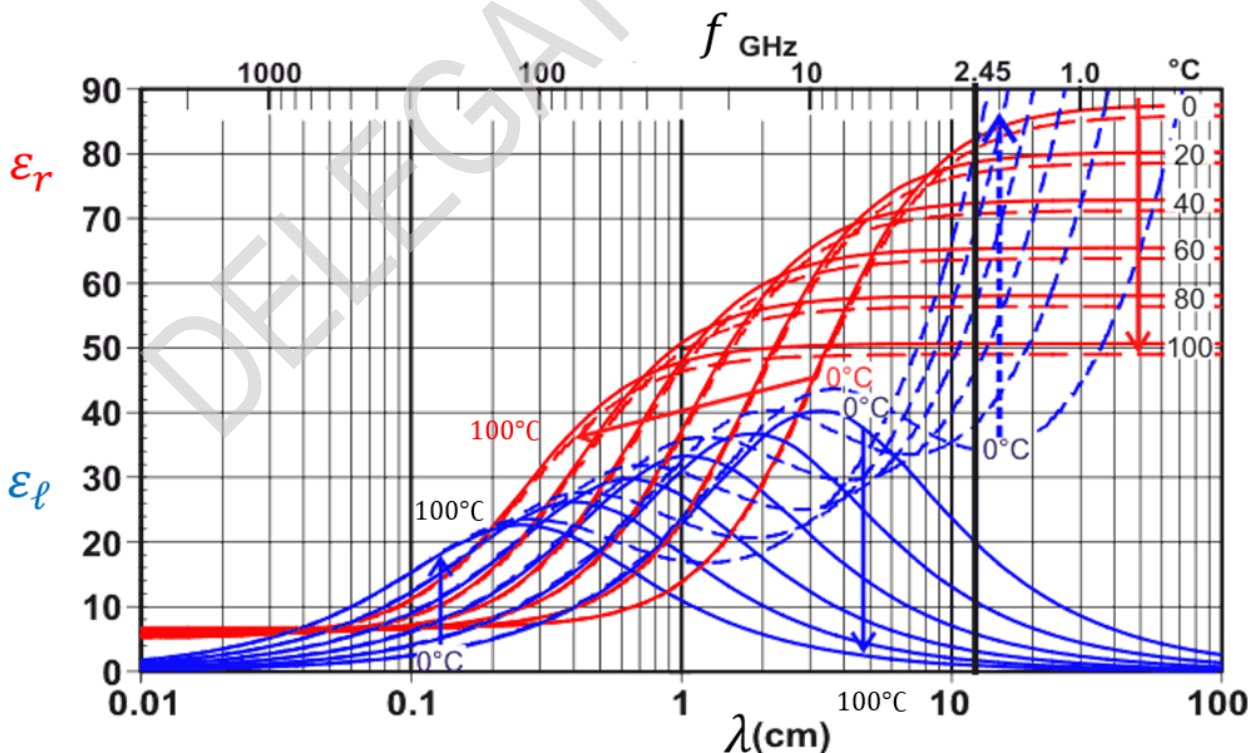
- B.3** Ας συμβολίσουμε τη μέση ως προς το χρόνο τιμή της πυκνότητας ροής της ενέργειας της ακτινοβολίας με $I(z)$ (μέση ροή ισχύος ακτινοβολίας ανά μονάδα επιφάνειας). Εδώ το z είναι το βάθος της διείσδυσης στο νερό, και η ακτινοβολία διαδίδεται προς την κατεύθυνση z . Να βρείτε μια έκφραση για την εξάρτηση της πυκνότητας ροής $I(z)$ από το z . Η πυκνότητα ροής στην επιφάνεια του νερού, $I(0)$ μπορεί να εμφανιστεί στο αποτέλεσμά σας. 1.1pt

Η υστέρηση φάσης δ είναι το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης μεταξύ των μορίων του νερού. Εξαρτάται από τον αδιάστατο συντελεστή απωλειών διηλεκτρικού ε_ℓ και τη σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r (και οι δύο εξαρτώνται από τη γωνιακή συχνότητα της ακτινοβολίας ω και τη θερμοκρασία) μέσω της σχέσης $\tan\delta = \varepsilon_\ell/\varepsilon_r$. Όταν το δ είναι αρκετά μικρό, το ηλεκτρικό πεδίο στο βάθος διείσδυσης στο νερό δίνεται από:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{1}{2}nk_0 z \tan\delta} \sin(nk_0 z - \omega t) \quad (2)$$

όπου $k_0 = \omega/c$ και $c = 3.0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ είναι το μέτρο της ταχύτητας του φωτός στο κενό.

- B.4** Χρησιμοποιείστε την προσέγγιση $\tan\delta \approx \sin\delta$ και βρείτε μια έκφραση για το συντελεστή β που ορίζεται στο ερώτημα B.2 σε σχέση με τις άλλες παραμέτρους. 0.6pt



Σχήμα 5. Τα βέλη δείχνουν τη μεταβολή λόγω της θερμοκρασίας κατά μήκος των καμπυλών από τους 0°C στους 100°C.



Το Σχήμα 5 απεικονίζει τις τιμές των ε_l (μπλε) και ε_r (κόκκινο) τόσο για καθαρό νερό (συνεχείς γραμμές) όσο και για το αραιό διάλυμα άλατος στο νερό (διακεκομμένες γραμμές) ως συναρτήσεις του μήκους κύματος ή της συχνότητας, σε διάφορες θερμοκρασίες. Η κυκλική συχνότητα $\omega = 2\pi \cdot 2.45 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ υποδεικνύεται με μια έντονη (bold) κάθετη γραμμή. Παρακάτω θα εξετάσουμε την ακτινοβολία μικροκυμάτων μόνο σε αυτή τη συχνότητα.

- B.5** Να χρησιμοποιήσετε το Σχήμα 5 για να απαντήσετε τα ερωτήματα που ακολουθούν: 0.7pt
1. Για το νερό στους 20°C , να υπολογίσετε το βάθος διείσδυσης $z_{1/2}$ στο οποίο η ισχύς ανά μονάδα όγκου μειώνεται στο ήμισυ της τιμής που έχει για $z = 0$.
 2. Να γράψετε στο Φύλλο Απαντήσεων εάν το βάθος διείσδυσης της ακτινοβολίας μικροκυμάτων στο νερό αυξάνεται, μειώνεται ή παραμένει το ίδιο με τη θερμοκρασία.
 3. Να γράψετε στο Φύλλο Απαντήσεων εάν το βάθος διείσδυσης της ακτινοβολίας μικροκυμάτων στη σούπα (αραιό διάλυμα άλατος) αυξάνεται, μειώνεται ή παραμένει το ίδιο με τη θερμοκρασία.

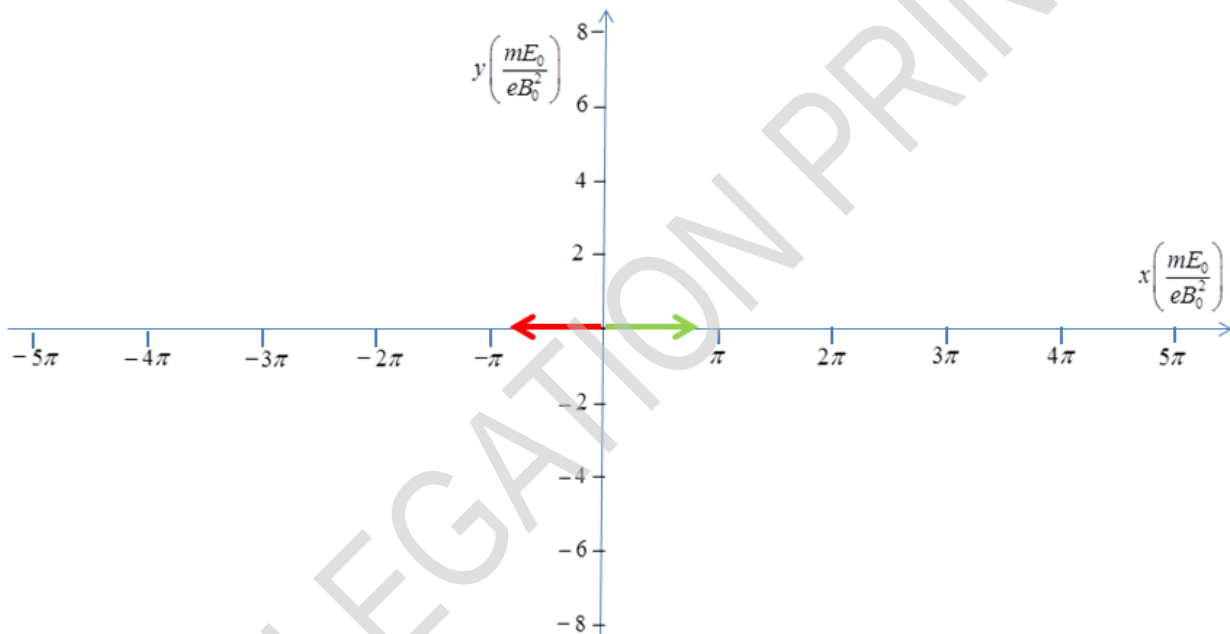
Η Φυσική του Φούρνου Μικροκυμάτων - Φύλλο Απαντήσεων

Μέρος Α: Δομή και λειτουργία του Μάγνητρον (6.6 points)

A.1 (0.4 pt)

$$f_{\text{est}} =$$

A.2 (1.5 pt)



1. Για $\vec{u}(0) = (3E_0/B_0)\hat{x}$, είναι $\vec{u}_D =$

2. Για $\vec{u}(0) = -(3E_0/B_0)\hat{x}$, είναι $\vec{u}_D =$

A.3 (0.4 pt)

$$r =$$

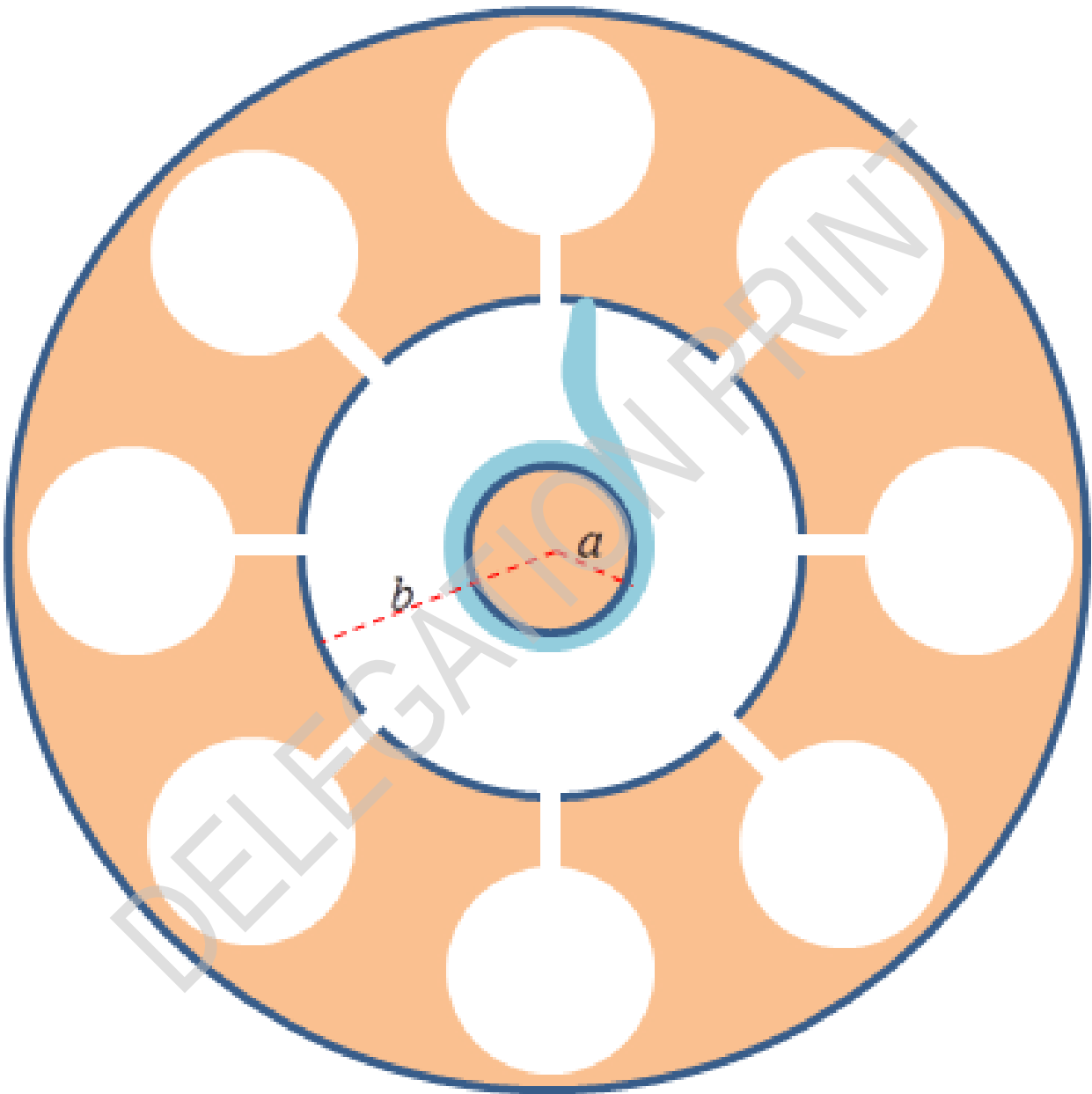
A.4 (1.2 pt)

σημείο	προς την άνοδο	προς την κάθοδο	κάθετα ως προς την ακτίνα
A			
B			
C			
D			
E			

A.5 (1.2 pt)

σημεία	μείωση γωνίας	αύξηση γωνίας	απροσδιόριστο
AB			
BC			
CA			
DE			
EF			
DF			

A.6 (0.8 pt)

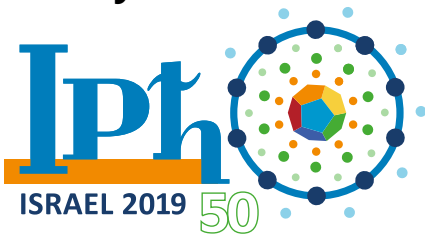


$\omega_s =$

A.7 (1.1 pt)

$V_0 =$

Theory



A2-4

Greek (Greece)

points)

B.1 (0.5 pt)

$$\tau(t) =$$

$$H_i(t) =$$

B.2 (0.5 pt)

$$\langle H(t) \rangle =$$

B.3 (1.1 pt)

$$I(z) =$$

B.4 (0.6 pt)

$$\beta =$$

B.5 (0.7 pt)

$$z_{1/2} =$$

υλικό	$z_{1/2}$ αυξάνεται με τη θερμοκρασία	$z_{1/2}$ μειώνεται με τη θερμοκρασία	$z_{1/2}$ παραμένει το ίδιο
νερό			
σούπα			