



ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε χαρτί A4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί (το οποίο θα παραδώσετε στο τέλος της εξέτασης). Εκεί θα σχεδιάσετε και όσα γραφήματα ζητούνται στο **Θεωρητικό Μέρος**.
2. Τα γραφήματα του **Πειραματικού Μέρους** θα τα σχεδιάσετε *κατά προτεραιότητα* στο μιλιμετρέ χαρτί που συνοδεύει τις εκφωνήσεις.
3. Οι απαντήσεις στα υπόλοιπα ερωτήματα τόσο του **Θεωρητικού Μέρους** όσο και του **Πειραματικού** θα πρέπει *οπωσδήποτε* να συμπληρωθούν στο **“Φύλλο Απαντήσεων”** που θα σας δοθεί μαζί με τις εκφωνήσεις των θεμάτων.

Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ 1^ο

Στα ερωτήματα που ακολουθούν επιλέξτε την ορθή απάντηση αιτιολογώντας την επιλογή σας.

A.1. Ένας εργάτης ασκεί δύναμη μέτρου F σε ένα έπιπλο, που βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο και παραμένει ακίνητο.

Αν η δύναμη F ασκείται προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και παράλληλα προς αυτό,

i. η τριβή (στατική) έχει κατεύθυνση ίδια με της δύναμης F .

ii. η τριβή (στατική) είναι μηδέν.

iii. η τριβή (στατική) έχει κατεύθυνση αντίθετη της δύναμης F .

iv. κάθε μία από τις παραπάνω εκφράσεις μπορεί να είναι σωστή ανάλογα με το μέτρο της δύναμης F που ασκεί ο εργάτης.

A.2. Για ποια τιμή του μέτρου της δύναμης F το έπιπλο θα αρχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου;

i. $F = m \cdot g \cdot (\eta\mu\theta + \mu \cdot \sigma\upsilon\nu\theta)$

ii. $F = m \cdot g \cdot (\eta\mu\theta - \mu \cdot \sigma\upsilon\nu\theta)$

iii. $F = m \cdot g \cdot \eta\mu\theta$

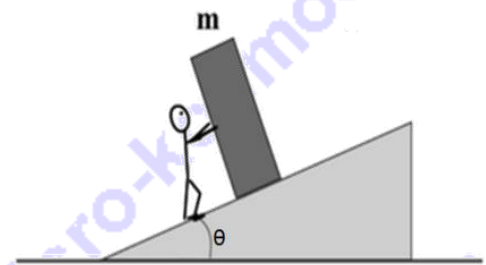
Δίνονται η μάζα του επίπλου ίση με m , ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, μεταξύ επίπλου και κεκλιμένου επιπέδου ίσος με μ , η επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με g , καθώς και η γωνία του κεκλιμένου με το οριζόντιο επίπεδο ίση με θ .

B. Ο γενικός ορισμός της μέσης ταχύτητας \vec{v}_μ για ευθύγραμμες κινήσεις είναι $\vec{v}_\mu = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1}$.

Υποθέστε ότι δύο σώματα, Σ_1 και Σ_2 , εκτελούν ευθύγραμμες κινήσεις ίδιας χρονικής διάρκειας και διαπιστώνεται ότι η μέση ταχύτητα του Σ_1 είναι μεγαλύτερη από τη μέση ταχύτητα του Σ_2 .

Στο φύλλο απαντήσεων δίπλα από τον αριθμό κάθε μίας από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε το γράμμα Σ αν θεωρείτε ότι η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν θεωρείτε ότι είναι λανθασμένη.

i. Το σώμα Σ_1 κατά την κίνησή του διανύει οπωσδήποτε μεγαλύτερο διάστημα από το σώμα Σ_2 .





- ii. Το σώμα Σ_1 έχει διαρκώς ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου από το Σ_2 .
iii. Η μετατόπιση του σώματος Σ_2 είναι μικρότερη από τη μετατόπιση του Σ_1 .

ΘΕΜΑ 2^ο

Ένας αθλητής του σκι αγωνίζεται στο άλμα. Για να πάρει την κατάλληλη φόρα ξεκινά (με ουσιαστικά μηδενική ταχύτητα) από το σημείο Α της ράμπας απογείωσης, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h_1=25$ m, από το εκτιμώμενο σημείο προσγείωσης. Εγκαταλείπει τη ράμπα στο σημείο Β, ανέρχεται σε μέγιστο ύψος άλματος h_2 (έστω σημείο Γ) και επανέρχεται στην πίστα (σε σημείο έστω Δ) με την ταχύτητά του να σχηματίζει γωνία $\theta=6^\circ$ με τον ορίζοντα. Από τη στιγμή που φτάνει στο Δ μέχρις ότου να ακινητοποιηθεί (σε σημείο έστω Ε) περνά χρονικό διάστημα $\Delta t=10$ s.

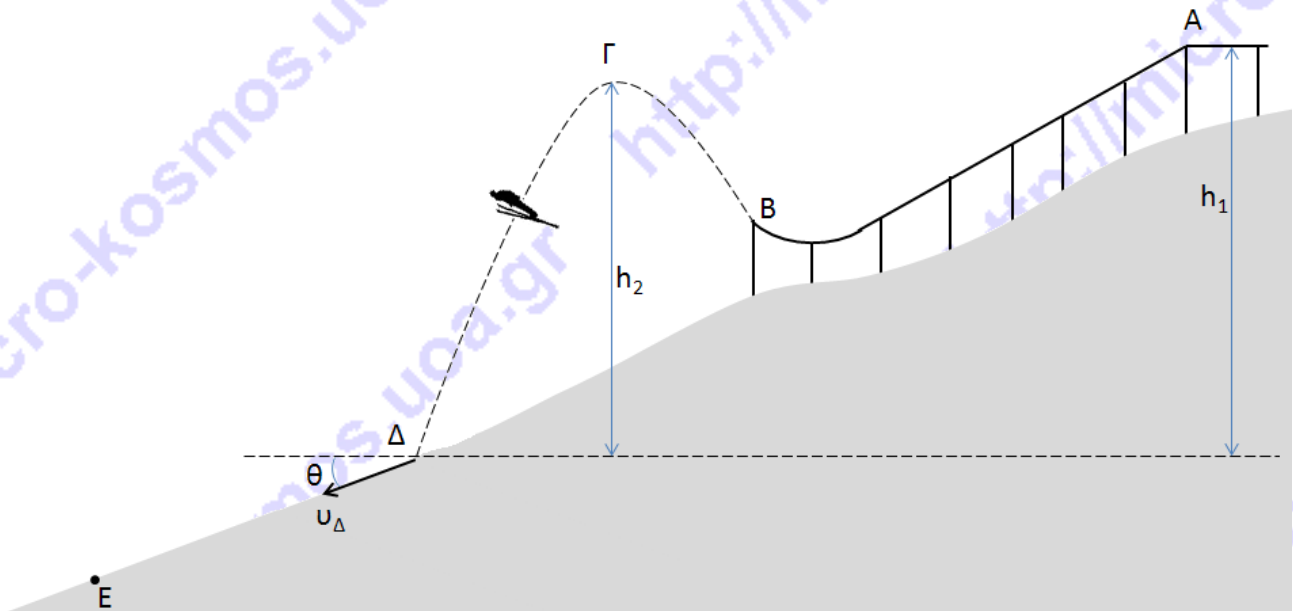
Να απαντήσετε στα ακόλουθα ερωτήματα:

A. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας v_Γ του σκιέρ στο σημείο Γ.

B. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητάς του τη στιγμή που τα πέδιλά του αγγίζουν την πίστα στο σημείο Δ;

Γ. Τι μέτρο έχει η μέση κατακόρυφη επιβράδυνσή $a_{\mu,y}$ στο χρονικό διάστημα Δt ;

Θεωρήστε γνωστό ότι: α) κατά μήκος της ράμπας υπάρχουν τριβές που προκαλούν απώλεια 20% στη μηχανική του ενέργεια, β) η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, γ) το ύψος h_2 είναι ίσο με 15 m, δ) ο αθλητής μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο, ε) κατά την προσγείωση στο Δ, δεν υπάρχουν απώλειες μηχανικής ενέργειας, στ) $\eta_{\mu 6^\circ} \cong 0,100$, $\sigma_{\nu 6^\circ} \cong 0,995$, ζ) $g=10$ m/s².



ΘΕΜΑ 3^ο

Ένας άνθρωπος ύψους $h_1 = 1,80$ m στέκεται με την πλάτη ακουμπισμένη σε ένα στύλο, (ο λαμπτήρας του οποίου θεωρείται σημειακός) ύψους $h_2 = 3$ m, ο οποίος φωτίζει ένα κατά τά άλλα σκοτεινό πεζοδρόμιο. Τη στιγμή $t = 0$ ο άνθρωπος αρχίζει να βαδίζει με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_1 = 0,6$ m/s παράλληλα προς τον ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο.

Να βρείτε:



- A.** την ταχύτητα v_2 με την οποία κινείται η σκιά της κορυφής του κεφαλιού του ανθρώπου (να θεωρήσετε ότι η κορυφή του κεφαλιού είναι ένα και μοναδικό σημείο)
- B.** την ταχύτητα v_3 με την οποία αυξάνεται το μήκος της σκιάς του, θεωρώντας ότι τα πέλματά του αγγίζουν το οδόστρωμα σε ένα και μοναδικό σημείο.

Πειραματικό Μέρος

Ένα τηλεκατευθυνόμενο αμαξίδιο A μάζας m_A κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά μέσα σε ένα γήπεδο. Πάνω στο αμαξίδιο είναι προσαρτημένος ένας αισθητήρας δύναμης (Αισθ1), ενώ με έναν αισθητήρα απόστασης (Αισθ2) μπορούμε να προσδιορίσουμε την απόσταση S του αμαξιδίου A από τον αισθητήρα Αισθ2 κάθε χρονική στιγμή t . Οι πειραματικές τιμές που λάβαμε παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

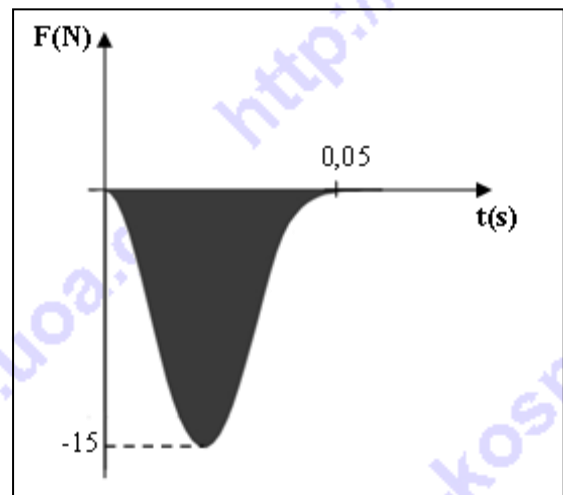
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S (m)	0	1,9	4,0	6,1	8,1	10,1	12,0	22,0	32,2	41,9	52,0	62,3	72,0

Ο αισθητήρας δύναμης είναι ένα ψηφιακό όργανο μέτρησης της δύναμης που ασκείται το σώμα πάνω στο οποίο είναι προσαρτημένος. Ο αισθητήρας απόστασης αποτελεί ένα ψηφιακό όργανο για τη μέτρηση της απόστασης ενός σώματος από αυτόν.

Σημειώνουμε πως ο αισθητήρας δύναμης έχει βαθμονομηθεί κατά τρόπο ώστε η θετική κατεύθυνση να συμπίπτει με τη κατεύθυνση κίνησης των σωμάτων.

- A.** Με βάση τις παραπάνω πειραματικές τιμές να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απόστασης του αμαξιδίου από τον αισθητήρα (Αισθ2) συναρτήσει του χρόνου.
- B.** Να προσδιορίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το αμαξίδιο A.
- Γ.** Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας του αμαξιδίου A κατά τα χρονικά διαστήματα $1s - 4s$ και $8s - 11s$, καθώς και τη μέση αριθμητική ταχύτητά του κατά το χρονικό διάστημα $0s - 12s$.

Στη θέση $x=72m$ βρίσκεται ένα δεύτερο αμαξίδιο B μάζας m_B , στο οποίο έχουμε προσαρτήσει έναν αισθητήρα δύναμης (Αισθ3) με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που προσαρτήσαμε τον Αισθ1 στο αμαξίδιο A. Το αμαξίδιο A τελικά συγκρούεται με το αμαξίδιο B. Ο αισθητήρας δύναμης του αμαξιδίου A κατέγραψε τη δύναμη που δέχτηκε από το αμαξίδιο B συναρτήσει του χρόνου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



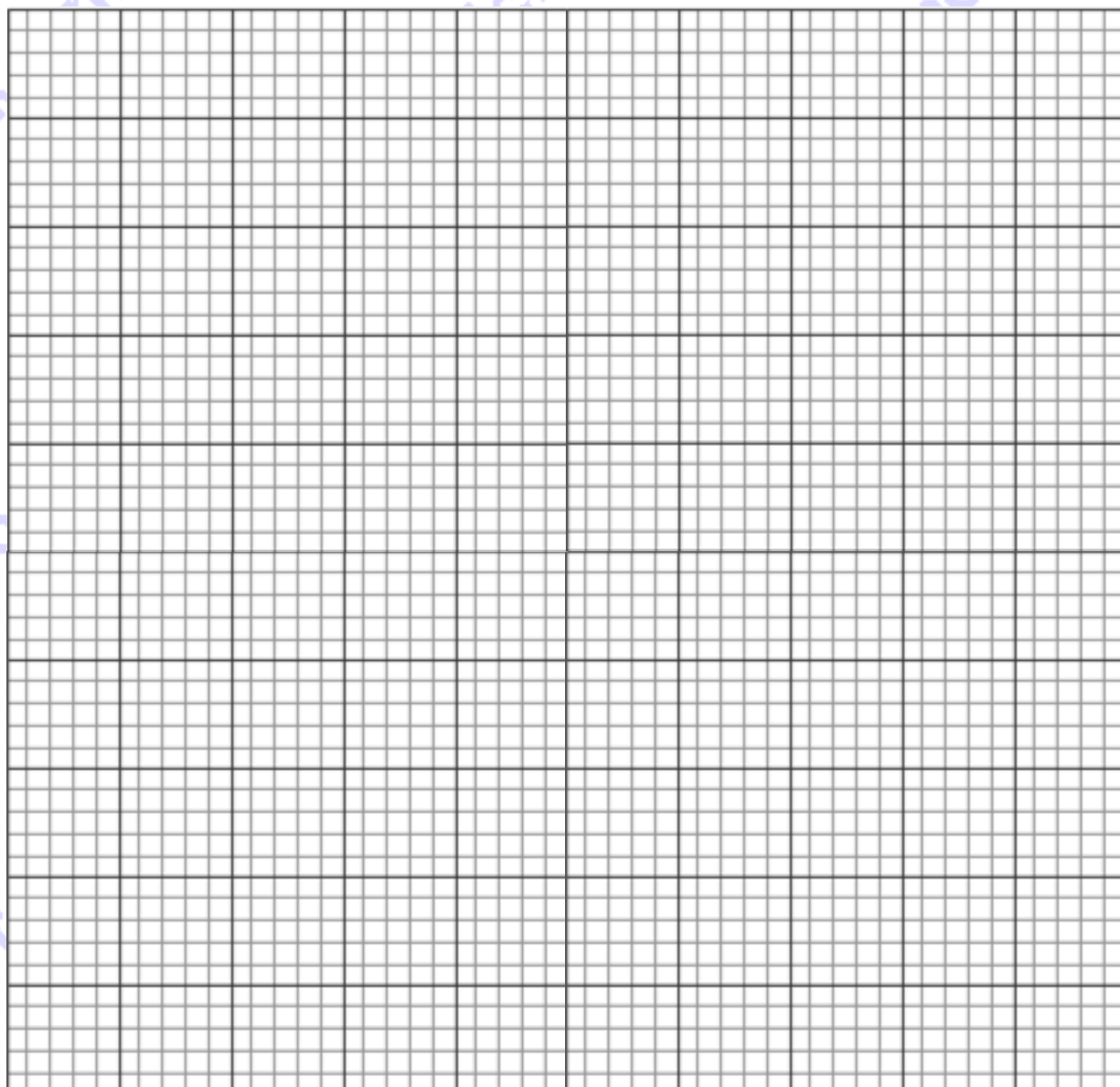
- Δ.** Να σχεδιάσετε, προσεγγιστικά, τη δύναμη που κατέγραψε ο αισθητήρας δύναμης του αμαξιδίου B συναρτήσει του χρόνου.

Καλή Επιτυχία



Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες, τιλοδοτήστε και συμπεριλάβετε τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.





ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1^ο

A.1. Σωστή είναι η πρόταση

Αιτιολόγηση

.....
.....
.....
.....
.....

A.2. Σωστή είναι η πρόταση

Αιτιολόγηση

.....
.....
.....
.....
.....

B. i.

ii.

iii.

Θέμα 2^ο

A. $v_{\Gamma} = \dots\dots\dots$

B. $v_{\Delta} = \dots\dots\dots$

Γ. $\alpha_{\mu,y} = \dots\dots\dots$

Θέμα 3^ο

A. $v_2 = \dots\dots\dots$

B. $v_3 = \dots\dots\dots$



Πειραματικό Μέρος

A. Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση στο μιλιμετρέ χαρτί.

B.

.....
.....
.....

Γ.

Μέτρο ταχύτητας κατά το χρονικό διάστημα 1s – 4s

.....

Μέτρο ταχύτητας κατά το χρονικό διάστημα 8s – 11s

.....

Μέση αριθμητική ταχύτητα κατά το χρονικό διάστημα 0s – 12s

.....

Δ. Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση στο μιλιμετρέ χαρτί.



Συνοπτικές Απαντήσεις

Θεωρητικό Μέρος

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1.

Σωστή είναι η πρόταση **iv**.

Αιτιολόγηση

Όταν αρχίζει να ασκείται η F στο επίπελο, η δύναμη της τριβής (στατική) μεταβάλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρεί την ισορροπία του επίπλου, αποκτώντας κατάλληλο μέτρο και κατεύθυνση για να συνεχίσει να ισχύει ο 1^{ος} Νόμος του Νεύτωνα.

A.2.

Σωστή είναι η πρόταση **i**.

Αιτιολόγηση

Για να κινηθεί το επίπελο προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ισχύει ο 1^{ος} Νόμος του Newton:

$$\Sigma F_x = 0$$

όπου ως άξονα x θεωρούμε εκείνον που είναι παράλληλος προς το κεκλιμένο επίπεδο.

Αναλύοντας τη συνισταμένη έχουμε:

$$F - mg\eta\theta - T = 0 \Rightarrow F = mg\eta\theta + T \Rightarrow F = mg\eta\theta + \mu N$$

Ως προς άξονα που είναι κάθετος στο κεκλιμένο επίπεδο (έστω y) ισχύει επίσης ο 1^{ος} Νόμος του Newton, δηλ.:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg\sigma\eta\theta = 0 \Rightarrow N = mg\sigma\eta\theta$$

Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις έχουμε:

$$F = mg\eta\theta + \mu mg\sigma\eta\theta \Rightarrow F = mg(\eta\theta + \mu\sigma\eta\theta)$$

B.1. Λ

B.2. Λ

B.3. Σ

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Κατά τη διάρκεια της κίνησής του στον αέρα, ο αθλητής δεν υπόκειται σε απώλειες ενέργειας, συνεπώς ισχύει:

$$E_{\mu\eta\chi,\Gamma} = E_{\mu\eta\chi,B}$$

Εξ άλλου, λόγω των απωλειών από τη ράμπα, ισχύει:

$$E_{\mu\eta\chi,B} = 0,8 \cdot E_{\mu\eta\chi,A}$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις αυτές προκύπτει:

$$E_{\mu\eta\chi,\Gamma} = 0,8E_{\mu\eta\chi,A} \Rightarrow mgh_2 + \frac{1}{2}mv_{\Gamma}^2 = 0,8mgh_1 \Rightarrow 2gh_2 + v_{\Gamma}^2 = 1,6gh_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Gamma}^2 = (1,6h_1 - 2h_2)g \Rightarrow v_{\Gamma} = \sqrt{(1,6h_1 - 2h_2)g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Gamma} = \sqrt{(1,6h_1 - 2h_2)g} \Rightarrow v_{\Gamma} = 10 \text{ m/s}$$



Β. Κατά την κίνησή του $B \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta$, η ενέργειά του διατηρείται. Άρα το ζητούμενο μέτρο ταχύτητας είναι:

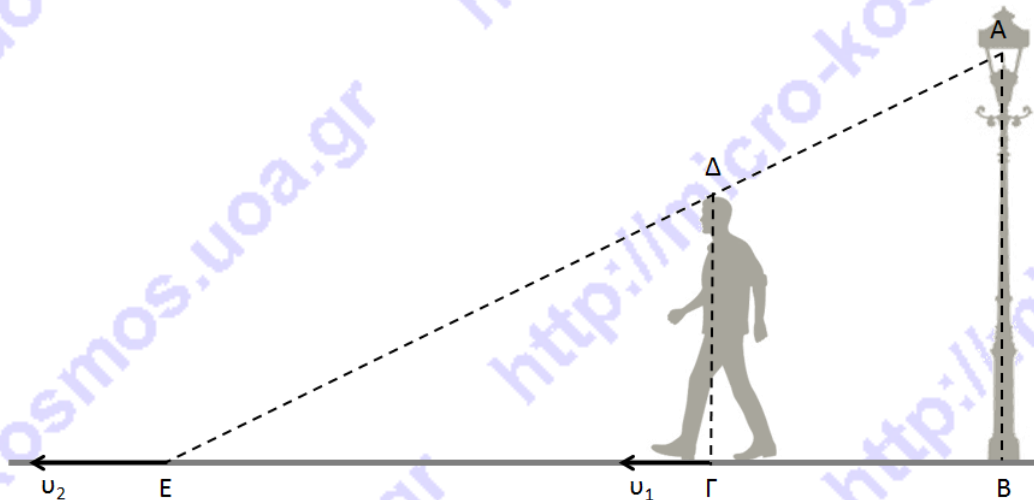
$$\begin{aligned} K_{\Delta} = E_{\mu\eta\chi,\Gamma} = E_{\mu\eta\chi,B} = 0,8E_{\mu\eta\chi,A} &\Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\Delta}^2 = 0,8mgh_1 \Rightarrow \frac{1}{2}v_{\Delta}^2 = 0,8gh_1 \Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{1,6gh_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{16 \cdot 25} \text{ m/s} \Rightarrow v_{\Delta} = 4 \cdot 5 \text{ m/s} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{\Delta} = 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Γ. Τη στιγμή που φτάνει στο Ε η γ-συνιστώσα της ταχύτητάς του μηδενίζεται. Άρα η μέση κατακόρυφη επιβράδυνσή του έχει μέτρο:

$$\begin{aligned} \alpha_{\mu,y} = \frac{|\Delta v_y|}{\Delta t} &\Rightarrow \alpha_{\mu,y} = \frac{|0 - v_{y,\Delta}|}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{\mu,y} = \frac{|v_{y,\Delta}|}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_{\mu,y} = \frac{v_{\Delta}\eta\mu\theta}{\Delta t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \alpha_{\mu,y} = \frac{20 \cdot 0,1}{10} \text{ m/s}^2 \Rightarrow \alpha_{\mu,y} = 0,2 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

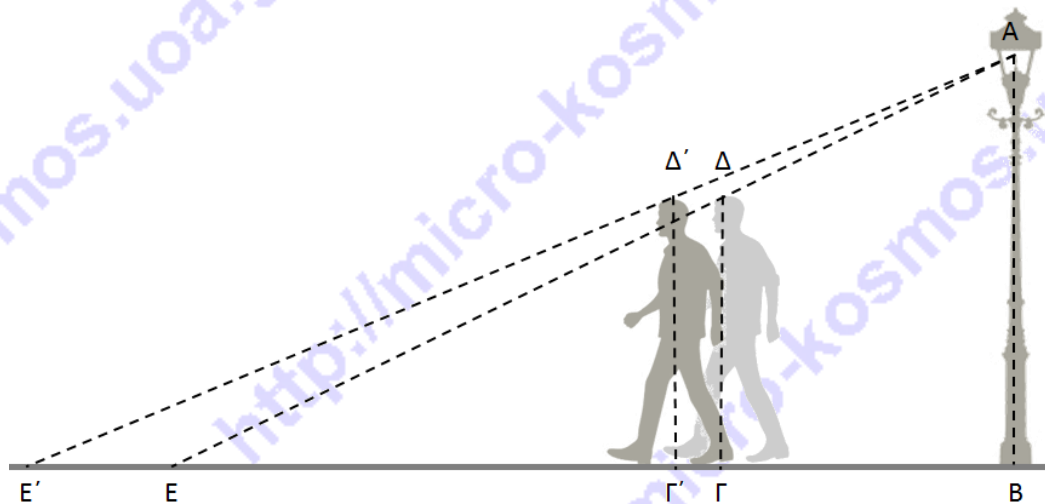
Α. Έστω ότι σε κάποια στιγμή της κίνησής του ο άνθρωπος βρίσκεται σε απόσταση ΒΓ από το στύλο (βλ. επόμενο σχήμα). Δεδομένου ότι το φως διαδίδεται ευθύγραμμα, η κορυφή του κεφαλιού της σκιάς του θα βρίσκεται στο σημείο Ε του πεζοδρομίου.



Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΔΓΕ είναι όμοια, άρα ισχύει:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma E}{B E} = \frac{\Gamma \Delta}{B A} &\Rightarrow \frac{\Gamma E}{B E} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{\Gamma E}{B E} = \frac{1,8}{3} \Rightarrow \Gamma E = 0,6 B E \Rightarrow \Gamma E = 0,6(B \Gamma + \Gamma E) \\ &\Rightarrow 0,4 \Gamma E = 0,6 B \Gamma \Rightarrow 2 \Gamma E = 3 B \Gamma \end{aligned}$$

Όταν, σε μικρό χρονικό διάστημα Δt , ο άνθρωπος μετακινείται κατά $\Delta x_1 = \Gamma' \Gamma$, η κορυφή της σκιάς του μετατοπίζεται κατά $\Delta x_2 = E' E$ στο ίδιο χρονικό διάστημα (βλ. επόμενο σχήμα).



Ισχύει αντίστοιχα:

$$\begin{aligned}2\Gamma'E' &= 3B\Gamma' \Rightarrow 2(\Gamma E - \Gamma'\Gamma + E'E) = 3(B\Gamma + \Gamma'\Gamma) \Rightarrow 2(\Gamma E - \Delta x_1 + \Delta x_2) = 3(B\Gamma + \Delta x_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2\Gamma E - 2\Delta x_1 + 2\Delta x_2 = 3B\Gamma + 3\Delta x_1 \Rightarrow -2\Delta x_1 + 2\Delta x_2 = 3\Delta x_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2\Delta x_2 = 5\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{5}{2}\Delta x_1 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{5}{2} \frac{\Delta x_1}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{5}{2}v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{5}{2}0,6 \text{ m/s} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2 = 1,5 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Επειδή οι υπολογισμοί μας έγιναν για τυχαίο σημείο Γ , συμπεραίνουμε ότι αυτή η ταχύτητα είναι σταθερή, συνεπώς η κορυφή του κεφαλιού της σκιάς του εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $v_2 = 1,5 \text{ m/s}$.

Β. Για τη θέση του ανθρώπου όπως αυτή εικονίζεται στο πρώτο σχήμα, το μήκος L της σκιάς του ισούται με ΓE , ή

$$L = x_E - x_\Gamma$$

Γνωρίζουμε ήδη ότι το σημείο E κινείται με ταχύτητα v_2 , άρα για τη θέση του θα ισχύει:

$$x_E = v_2 t$$

Η ταχύτητα κίνησης του σημείου Γ (θέση όπου τα πόδια του ανθρώπου αγγίζουν το έδαφος) είναι ίση με v_1 , αφού το σημείο επαφής των πελμάτων με το οδόστρωμα συμπίπτει με την αφετηρία της σκιάς του, δηλ. το σημείο Γ κινείται μαζί με τον άνθρωπο. Η θέση λοιπόν του Γ περιγράφεται από τη συνάρτηση:

$$x_\Gamma = v_1 t$$

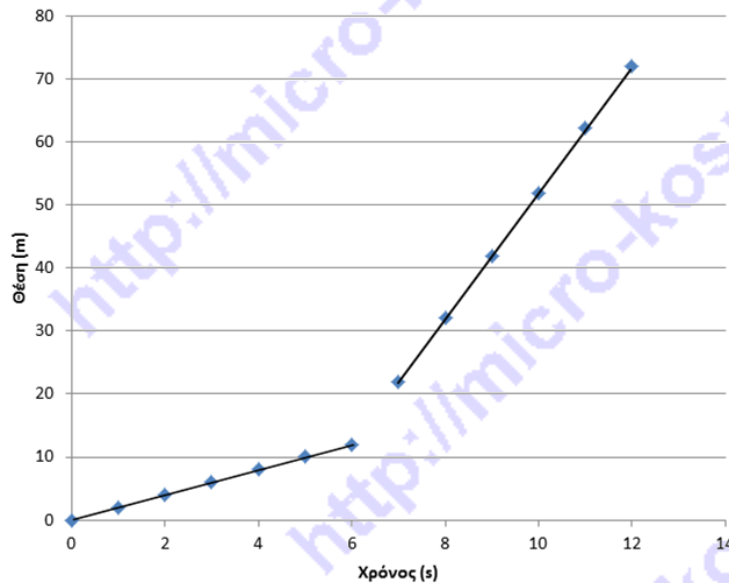
Συνδυάζοντας τις τρεις αυτές σχέσεις προκύπτει:

$$\begin{aligned}L &= (v_2 - v_1)t \Rightarrow \frac{L}{t} = (v_2 - v_1) \Rightarrow v_3 = v_2 - v_1 \Rightarrow v_3 = (1,5 - 0,6) \text{ m/s} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_3 = 0,9 \text{ m/s}\end{aligned}$$



Πειραματικό Μέρος

- A.** Από τα πειραματικά δεδομένα της άσκησης σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της θέσης του αμαξιδίου A συναρτήσει του χρόνου:



- B.** Από την παραπάνω γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι κατά τα χρονικά διαστήματα 0s – 6s η κίνηση του αμαξιδίου είναι ομαλή και 7s – 12s η κίνηση του αμαξιδίου είναι επίσης ομαλή. Στο ενδιάμεσο χρονικό διάστημα 6s – 7s η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη, όχι απαραίτητα ομαλά. Για να αποκτήσουμε σαφέστερη γνώση της συμπεριφοράς του αμαξιδίου στο χρονικό διάστημα αυτό, θα έπρεπε να εκτελέσουμε περισσότερες μετρήσεις.

- Γ.** Για καθένα από τα παραπάνω χρονικά διαστήματα σχεδιάζουμε τη στατιστικά καλύτερη ευθεία. Από την κλίση της κάθε ευθείας μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα του αμαξιδίου A κατά τη διάρκεια των αντίστοιχων χρονικών διαστημάτων. Οπότε θα έχουμε

Για το χρονικό διάστημα 0s – 6s: $u_1 \approx 2 \text{ m/s}$

Για το χρονικό διάστημα 7s – 12s: $u_1 \approx 10 \text{ m/s}$

Άρα, για τα χρονικά διαστήματα 1s – 4s και 8s – 11s τα μέτρα των ταχυτήτων του αμαξιδίου A είναι 2 m/s και 10 m/s αντίστοιχα.

Για τη μέση αριθμητική ταχύτητα κατά το χρονικό διάστημα 0s– 12s θα έχουμε:

$$v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{72}{12} = 6 \text{ m/s}$$

- Δ.** Ο αισθητήρας του αμαξιδίου B θα δεχτεί κάθε απειροστό χρονικό διάστημα dt δύναμη ίσου μέτρου με το μέτρο της δύναμης που ασκεί το αμαξίδιο B στο αμαξίδιο A (την τελευταία την καταγράφει ο αισθητήρας δύναμης του σώματος A) ανεξάρτητα τη σχέση μαζών των δύο αμαξιδίων, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Newton. Επομένως, η γραφική παράσταση της δύναμης που καταγράφει ο αισθητήρας του αμαξιδίου B συναρτήσει του χρόνου θα είναι συμμετρική της αντίστοιχης γραφικής παράστασης της δύναμης που καταγράφει ο αισθητήρας του αμαξιδίου A συναρτήσει του χρόνου, ως προς τον άξονα $x'x$. Επομένως θα έχουμε την ακόλουθη γραφική παράσταση:

