

Γ' Λυκείου

3 Μαΐου 2008

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1ο

A. Το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς πηνίου στο οποίο κυκλοφορεί ηλεκτρικό ρεύμα είναι: $B = \mu_0 n I$ όπου μ_0 η μαγνητική διαπερατότητα του κενού και n ο αριθμός σπειρών σε κάθε μονάδα μήκους του πηνίου. $n = N / l$

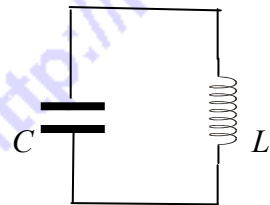
A.α. Να αποδείξετε ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι $L = \mu_0 n^2 V$ όπου V ο όγκος του κυλίνδρου που καταλαμβάνει το πηνίο.

A.β. Να αποδείξετε ότι η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι: $U_B = \frac{B^2}{2\mu_0} V$

A.γ. Η χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή δίνεται από τη σχέση: $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ όπου A η επιφάνεια του κάθε οπλισμού, d η απόσταση των οπλισμών και ϵ_0 η διηλεκτρική σταθερά του κενού. Να αποδείξετε ότι η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι:

$U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$ όπου E η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή και V ο όγκος της παραλληλεπίπεδης περιοχής μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

A.δ. Στο διπλανό κύκλωμα το πηνίο είναι ιδανικό. Δίνονται $L = 10^{-2}$ H, $C = 0,1$ mF, και η μέγιστη ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή $U_{c0} = 0,5$ J. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι $i = 0$ και η εξίσωση του ηλεκτρικού φορτίου του πυκνωτή είναι $q = Q \sin(\omega t + \varphi)$. Βρείτε τα Q , ω , και φ .



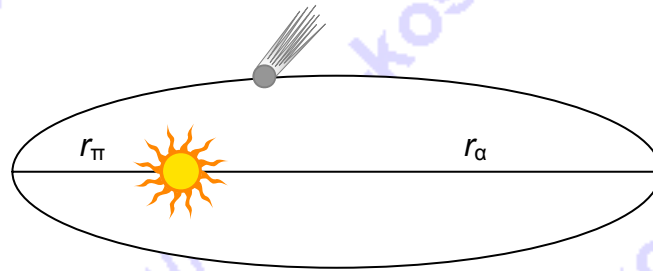
A.ε. Αν η μέγιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου του προηγούμενου ερωτήματος είναι $B_0 = 0,1$ T, να βρείτε τον όγκο του πηνίου. Η μαγνητική διαπερατότητα του κενού $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A.

Θέμα 2ο

A. Ο κομήτης Encke ανακαλύφθηκε το 1786 από τον Pierre Mechain και το 1822 ο Johann Encke βρήκε ότι η περίοδος του ήταν 3.3 έτη. Φωτογραφήθηκε με τηλεσκόπιο στο όρος Wilson, το 1913, στη μεγαλύτερη απόσταση από τον ήλιο (αφήλιο), $r_a = 6.1 \times 10^{11}$ m.

Η κοντινότερη απόσταση από τον ήλιο (περιήλιο) είναι $r_{\pi} = 5.1 \times 10^{10}$ m. Η σταθερά της παγκόσμιας βαρυτικής έλξης $G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻². Η μάζα του ήλιου είναι $m_{\eta} = 2.0 \times 10^{30}$ kg. Η μάζα του κομήτη είναι πολύ μικρότερη από τη μάζα του Ήλιου. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η ελλειπτική τροχιά του κομήτη.

A.α. Βρείτε την ταχύτητα του κομήτη στο περιήλιο και στο αφήλιο.



A.β. Όπως φαίνεται και στο σχήμα η ουρά του κομήτη προσανατολίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε να κατευθύνεται πάντοτε μακριά από τον Ήλιο. Η εξήγηση είναι ότι η Ηλιακή ακτινοβολία ασκεί δύναμη στους παγωμένους κρυστάλλους που αποτελούν την ουρά του κομήτη. Αυτό μας δείχνει ότι το φως από τον Ήλιο μεταφέρει ορμή. Σύμφωνα με την κυματική θεωρία του φωτός όταν μια φωτεινή δέσμη πέφτει πάνω σε ένα αντικείμενο του προσδίδει ορμή $p=E/c$ όπου E η ενέργεια που απορροφά το σώμα από το φως. Βρείτε την ορμή ενός φωτονίου μονοχρωματικής ακτινοβολίας με μήκος κύματος λ . Δίνεται η σταθερά του Planck h .

A.γ. Το ότι το φως μπορεί λοιπόν να προσφέρει ορμή συμφωνεί με τον κλασσικό ηλεκτρομαγνητισμό, με την κβαντομηχανική και με το πείραμα. Υπήρξε και μια υπόθεση σε συμφωνία και με τον κλασσικό ηλεκτρομαγνητισμό αλλά και την κβαντική φυσική ότι το κυκλικά πολωμένο φως μπορεί να προσφέρει και στροφορμή. Η υπόθεση αυτή αποδείχθηκε πειραματικά από τον Beth, ο οποίος απέδειξε ότι όταν παράγεται κυκλικά πολωμένο φως μέσα σε διπλοθλαστική πλάκα η πλάκα δέχεται ροπή από αντίδραση. Η στροφορμή του φωτός παίζει σπουδαίο ρόλο στην ερμηνεία της εκπομπής φωτός από άτομα και ακτίνων γ από πυρήνες. Η κλασσική και η κβαντική θεωρία προβλέπουν ότι αν δέσμη κυκλικά πολωμένου φωτός απορροφηθεί τελείως από ένα αντικείμενο πάνω στο οποίο προσπίπτει τότε στο αντικείμενο θα προσφέρεται στροφορμή ίση προς:

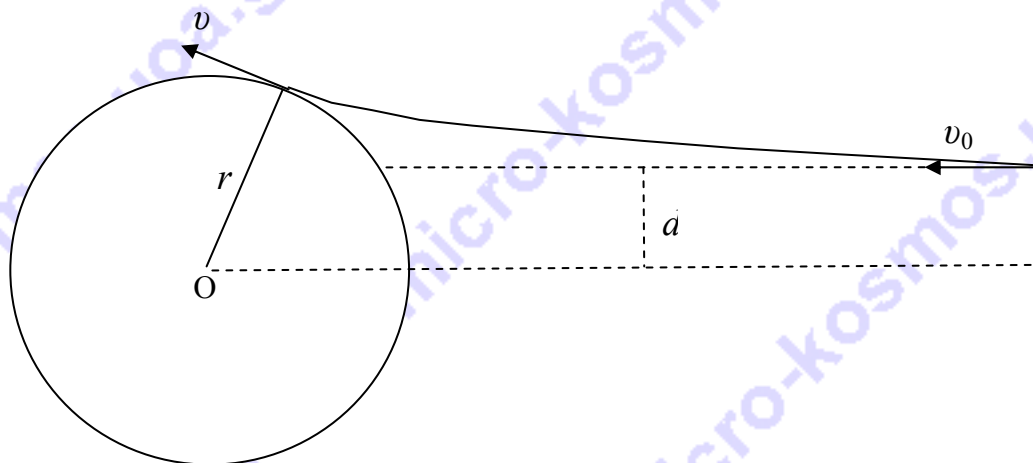
i) $L=U\omega$ ii) $L=U/c$ iii) $L=U/\omega$ iv) $L=Uc/\lambda$ v) $L=U/\lambda$

όπου U η απορροφούμενη ενέργεια ω η κυκλική συχνότητα του φωτός c η ταχύτητα διάδοσης του φωτός και λ το μήκος κύματος.

B. Σε έναν επιταχυντή πρωτόνια αποκτούν κινητική ενέργεια $E_0=2\text{keV}$ το καθένα. Η ενέργεια αυτή είναι τέτοια ώστε να μπορούμε να αγνοήσουμε τα σχετικιστικά φαινόμενα. Μια λεπτή δέσμη αυτών των πρωτονίων κατευθύνεται προς μια μεταλλική σφαίρα με ακτίνα r . Η σφαίρα βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση από τον επιταχυντή. Η απόσταση μεταξύ του κέντρου της σφαίρας και της αρχικής τροχιάς της δέσμης των πρωτονίων είναι $d=r/2$ (σχήμα). Υποθέστε ότι ο επιταχυντής λειτουργεί για αρκετό χρονικό διάστημα και ότι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πρωτονίων της δέσμης μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες λόγω της μικρής έντασης της δέσμης. Τα πρωτόνια της δέσμης συγκρουόμενα με τη μεταλλική σφαίρα μεταφέρουν το ηλεκτρικό τους φορτίο σ' αυτήν και παραμένουν πάνω της, συνεπώς η σφαίρα φορτίζεται. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των πρωτονίων της δέσμης και της φορτισμένης σφαίρας αλλάζει την τροχιά της δέσμης. Τελικά η δέσμη των πρωτονίων ακολουθεί την καμπύλη τροχιά που φαίνεται στο σχήμα.

B.α. Βρείτε το τελικό δυναμικό V της σφαίρας.

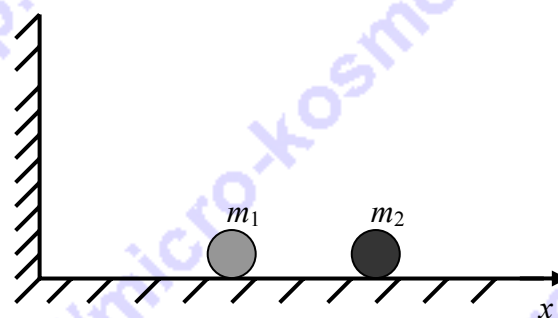
B.β. Αν αντί για πρωτόνια ο επιταχυντής επιτάχυνε ηλεκτρόνια η τελική τιμή του δυναμικού V της σφαίρας θα ήταν ή ίδια; Εξηγήστε.



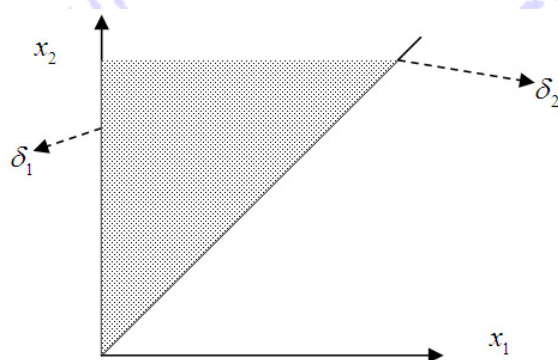
Θέμα 3ο

Δύο σφαίρες με μάζες m_1 και m_2 βρίσκονται σε λεία οριζόντια επιφάνεια όπως φαίνεται στο σχήμα.

Οι αρχικές ταχύτητες των σφαιρών είναι v_1 και v_2 . Υποθέστε ότι $m_2 > m_1$ και ότι $v_2 < 0$. Επίσης υποθέστε ότι όλες οι κρούσεις είναι ελαστικές και οι διαστάσεις των δύο σφαιρών αμελητέες. Η αρχή του άξονα x όπως φαίνεται στο σχήμα είναι στον αριστερό τοίχο.



Αν x_1 και x_2 οι θέσεις των δύο σφαιρών, στο διπλανό διάγραμμα παριστάνουμε γραφικά την εξέλιξη της κίνησης του συστήματος. Στους άξονες αναγράφονται αντίστοιχα οι θέσεις των σφαιρών x_1 και x_2 . Για παράδειγμα αν η θέση της σφαίρας με μάζα m_1 είναι $x_1 = 4$ m και την ίδια χρονική στιγμή της σφαίρας με μάζα m_2 είναι $x_2 = 8$ m, η κατάσταση του συστήματος τη στιγμή αυτή περιγράφεται από το σημείο (4,8) στο επίπεδο (x_1, x_2) . Η χρονική εξέλιξη του συστήματος αντιστοιχεί σε μια γραμμή στο επίπεδο αυτό. Η γραμμή αυτή λέγεται γραμμή της κίνησης και το επίπεδο (x_1, x_2) επίπεδο της κίνησης.

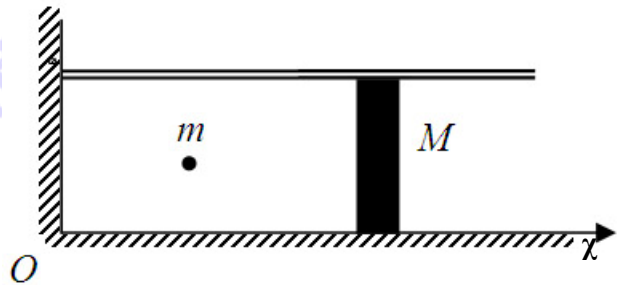


- α. Γιατί η γραμμή της κίνησης δεν βγαίνει ποτέ από τη γραμμοσκιασμένη περιοχή η οποία καθορίζεται από τις γραμμές δ_1 και δ_2 ; Δίνεται ότι η εξίσωση της δ_1 είναι $x_1 = 0$ και η εξίσωση της δ_2 είναι: $x_1 = x_2$
- β. Μεταξύ δύο συγκρούσεων η γραμμή της κίνησης είναι ευθεία. Τι εκφράζει η κλίση της ευθείας αυτής;
- γ. Για να απλουστεύσουμε την ανάλυση των αλληπάλληλων κρούσεων μεταξύ των δύο μαζών, εισάγουμε δύο νέες μεταβλητές y_1 και y_2 ως εξής: $y_1 = \sqrt{m_1} x_1$, $y_2 = \sqrt{m_2} x_2$. Έτσι μπορούμε να έχουμε μια νέα αντιστοίχιση της κατάστασης του συστήματος με ένα σημείο στο νέο επίπεδο της κίνησης (y_1, y_2) στο οποίο μπορούμε να καθορίσουμε την

γραμμή και τα όρια της κίνησης όπως κάναμε και στο προηγούμενο επίπεδο της κίνησης. Τα όρια της κίνησης στο νέο αυτό επίπεδο είναι Δ_1 και Δ_2 . Βρείτε τις εξισώσεις των Δ_1 και Δ_2 καθώς και τη γωνία μεταξύ τους.

- δ. Εκφράστε τις ταχύτητες των δύο μαζών ($u_1=dy_1/dt$, $u_2=dy_2/dt$) στο νέο σύστημα αναφοράς (επίπεδο της κίνησης) με όρους των ταχυτήτων τους στο παλιό σύστημα και των μαζών τους.
- ε. Μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων (των μαζών ή της μάζας m_1 και του τοίχου) η γραμμή της κίνησης στο επίπεδο (y_1, y_2) θα είναι πάλι ευθεία. Εκφράστε την κλίση της ευθείας αυτής με όρους των u_1 και u_2 .
- στ. Κατά την κρούση της σφαίρας με μάζα m_1 με τον τοίχο συναντιέται η καμπύλη της κίνησης με την Δ_1 . Αν $\varphi_{\alpha\rho\chi}$ και $\varphi_{\tau\epsilon\lambda}$ οι γωνίες μεταξύ της καθέτου στην Δ_1 και της καμπύλης της κίνησης πριν και μετά την κρούση αντίστοιχα, βρείτε τη γωνία $\varphi_{\tau\epsilon\lambda}$ ως συνάρτηση της $\varphi_{\alpha\rho\chi}$.
- ζ. Όταν συγκρούονται οι δύο σφαίρες η γραμμή της κίνησης συναντά την Δ_2 . Για κάθε κρούση γράψτε τις αρχές διατήρησης με όρους του νέου συστήματος αναφοράς (επιπέδου κίνησης (y_1, y_2)).

- η. Θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε αυτό το πρόβλημα ως μοντέλο για ένα πρόβλημα θερμοδυναμικής. Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα έχουμε αντικαταστήσει τη σφαίρα που είχε τη μεγαλύτερη μάζα με ένα έμβολο μάζας M και η σφαίρα με τη μικρότερη μάζα με ένα μόριο μάζας m στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Υποθέστε ότι $M \gg m$



και ότι το έμβολο κινείται χωρίς τριβή στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Αγνοείστε τη βαρύτητα και θεωρείστε ότι όλες οι κινήσεις είναι στη διεύθυνση x . Συμβολίζουμε την ταχύτητα του εμβόλου με V και εκείνη του μορίου με v . Υποθέστε ότι $v \gg V$ και $MV \gg mv$. Η θέση του εμβόλου και του μορίου συμβολίζονται με X και x αντίστοιχα.

Θεωρείστε ένα χρονικό διάστημα Δt τέτοιο ώστε $\Delta t \gg X / v$. Σ' αυτό το χρονικό διάστημα Δt το μόριο θα ταξιδέψει πολλές φορές μεταξύ του τοίχου και του εμβόλου. Αφού η ταχύτητα του εμβόλου είναι πολύ μικρή, κανείς μπορεί να αγνοήσει την μετατόπιση του εμβόλου κατά το χρονικό διάστημα Δt εφόσον αυτό δεν είναι και πολύ μεγάλο. Υπ' αυτές τις συνθήκες κανείς μπορεί να αγνοήσει τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας του μορίου.

Βρείτε τον αριθμό των συγκρούσεων μεταξύ του μορίου και του εμβόλου στο χρονικό διάστημα Δt .

- θ. Υποθέστε ότι $M/m \rightarrow \infty$ και βρείτε τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας του μορίου σε μια σύγκρουσή του με το έμβολο. Μετά από χρονικό διάστημα Δt ποια είναι η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας;
- ι. Βρείτε τη μεταβολή της ποσότητας $G = |v|X$ μετά το χρονικό διάστημα Δt .

Υπόδειξη: $\Delta(|v|X) = |v|\Delta X + X\Delta|v|$

- κ. Χρησιμοποιώντας την απάντησή σας στο ερώτημα θ, βρείτε τη μεταβολή στην ορμή του εμβόλου στο χρονικό διάστημα Δt . Εδώ θεωρείστε ότι $m \ll M$ και $v \gg V$. Βρείτε τη δύναμη που ασκείται στο έμβολο σε όρους των X και G .
- λ. Η συνολική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής ενέργειας του μορίου και εκείνης του εμβόλου. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρείτε τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του εμβόλου όταν αυτό μετακινείται από τη θέση X_0 στη θέση X_1 . Δείξτε αναλυτικά ότι η συνολική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

Πειραματικό Μέρος

A. Όταν κάνουμε υπολογισμούς στηριζόμενοι σε πειραματικά δεδομένα έχουμε να προσθέσουμε, αφαιρέσουμε, πολλαπλασιάσουμε και διαιρέσουμε αριθμούς. Με μια αριθμομηχανή αυτό είναι πολύ εύκολο. Όμως το πρόβλημα είναι ότι οι τιμές που μας δίνει η αριθμομηχανή συνήθως έχουν πάρα πολλά ψηφία. Στις παρακάτω πράξεις να γράψετε τα αποτελέσματα με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων. Λάβετε υπ' όψιν ότι οι αριθμοί τους οποίους πολλαπλασιάζετε, διαιρείτε, προσθέτετε και αφαιρείτε αποτελούν πειραματικά δεδομένα εκπεφρασμένα με τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων που επέτρεψαν τα όργανα των μετρήσεων.

A.α. $16,42 \times 0,211 =$ **A.β** $6,5 / 14,50 =$ **A.γ.** $2,432 + 1,7 =$ **A.δ.** $120 - 18,3 =$

B. Σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα για την ψύξη, ο ρυθμός ψύξης ενός σώματος είναι ανάλογος της θερμοκρασιακής διαφοράς μεταξύ του σώματος και του περιβάλλοντος, όταν η θερμοκρασιακή διαφορά δεν είναι πολύ μεγάλη. Ένα φλιτζάνι ζεστό τσάι ψύχεται γρηγορότερα σε ένα κρύο δωμάτιο απ' ό,τι σε ένα ζεστό δωμάτιο. Η εξίσωση η οποία περιγράφει τη χρονική εξέλιξη της θερμοκρασίας του τσαγιού είναι:

$$T_{(t)} = T_{\delta\omega\mu} + (T_{(0)} - T_{\delta\omega\mu})e^{-kt}$$

όπου $T_{(t)}$ η θερμοκρασία του τσαγιού σε κάθε χρονική στιγμή t , $T_{\delta\omega\mu}$ η θερμοκρασία του δωματίου, $T_{(0)}$ η αρχική θερμοκρασία του τσαγιού τη χρονική στιγμή $t=0$ και k μια σταθερά.

B.α. Ποιες είναι οι μονάδες της σταθεράς k ;

B.β. Ένα ποτήρι με ζεστό τσάι τοποθετείται σε δωμάτιο θερμοκρασίας 15°C . Η θερμοκρασία του τσαγιού μετρείται σε διάφορες χρονικές στιγμές και κάποια από τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

t (min)	10	20	30	40	50	60	70	80
T (°C)	65	49	38	30	25	22	20	18

Κάντε το κατάλληλο διάγραμμα το οποίο θα σας επιτρέψει να βρείτε τη σταθερά k χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα.

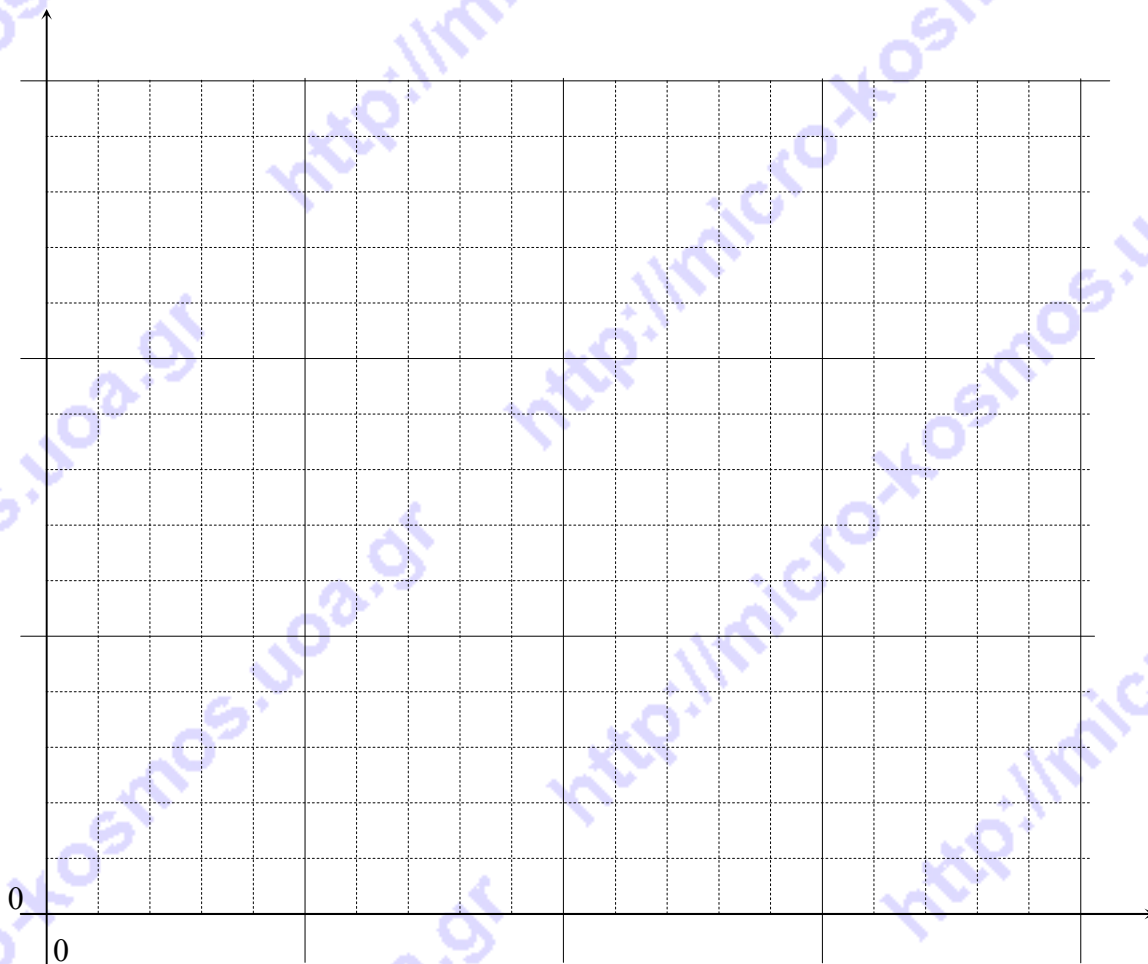
B.γ. Βρείτε τη σταθερά k . Εξηγήστε πλήρως τον τρόπο.

B.δ. Ποια ήταν η αρχική θερμοκρασία του τσαγιού;

B.ε. Πόσος χρόνος θα χρειαστεί για να ψυχθεί το τσάι στους 16°C ;

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε το διάγραμμα εδώ και να επισυνάψετε το χαρτί αυτό μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες τιτλοδοτήστε συμπεριλάβετε και τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.



Κάποιοι από τους τύπους που πιθανώς θα σας χρειαστούν:

Δυναμική ενέργεια σε βαρυτικό πεδίο: $U = Vm$

Δυναμική ενέργεια σε ηλεκτρικό πεδίο: $U = Vq$

Δυναμικό σε σημείο που απέχει r από το κέντρο σφαίρας μάζας M για $r > R_{\sigma\phi}$: $V = -G \frac{M}{r}$

Δυναμικό σε σημείο που απέχει r από το κέντρο φορτισμένου σφαιρικού αγωγού με φορτίο

Q για $r \geq R_{\alpha\gamma}$: $V = K \frac{Q}{r}$

ΣΥΝΟΠΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1ο

A.α. $B = \mu_0 ni$, $\Phi = BA$ οπότε $\Phi = \mu_0 nAi$

$$E_{avt} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N\mu_0 nA \frac{di}{dt} \quad \text{άρα: } L = \mu_0 NnA \quad \text{και επειδή } N=nl \text{ έχουμε:}$$
$$L = \mu_0 n^2 lA \quad \text{Επειδή } lA=V \text{ προκύπτει: } L = \mu_0 n^2 V$$

A.β. $U_B = \frac{1}{2} Li^2$ αντικαθιστώντας όπου $L = \mu_0 n^2 V$ και λαμβάνοντας υπόψιν ότι: $B = \mu_0 ni$

$$\text{προκύπτει: } U_B = \frac{B^2}{2\mu_0} V$$

A.γ. $U_E = \frac{1}{2} CV_c^2 \Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{d} E^2 d^2 \Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 V$

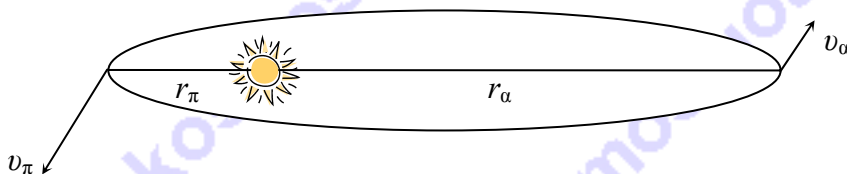
A.δ. $U_{c0} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow Q = \sqrt{2CU_{c0}} \Rightarrow Q = \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5} \Rightarrow Q = 10^{-2} C$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^3 \text{ rad/s}$ και $\varphi = \pi/2$ ή $3\pi/2$ αφού τη χρονική στιγμή $t=0$ το $i=0$ και συνεπώς το φορτίο του πυκνωτή θα είναι μέγιστο.

A.ε. $U_{B0} = U_{c0} = 0,5J$ όμως από το A.β. έχουμε $U_{B0} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} V \Rightarrow V = \frac{2\mu_0 U_{c0}}{B^2}$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε ότι ο όγκος είναι: $V = 4\pi \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$

Θέμα 2ο

A.α



Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$-G \frac{m_\eta m}{r_\pi} + \frac{1}{2} m v_\pi^2 = -G \frac{m_\eta m}{r_\alpha} + \frac{1}{2} m v_\alpha^2 \quad (1)$$

Και από την αρχή διατήρησης της στροφορμής έχουμε:

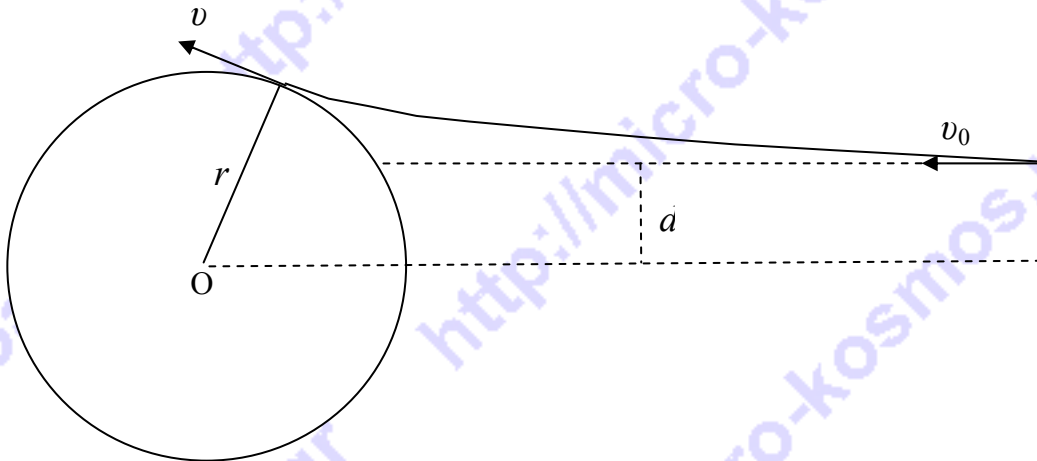
$$m_{\pi}r_{\pi} = m_{\alpha}r_{\alpha} \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα βρίσκουμε: $u_{\alpha} = 59329 \text{ m/s}$ και $u_{\pi} = 205186 \text{ m/s}$ περίπου.

A.β $p = \frac{E}{c} \Rightarrow p = \frac{Nhf}{c}$ άρα η ορμή ενός φωτονίου είναι: $p_{\text{φωτ}} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$

A.γ. Η στροφορμή έχει μονάδες js άρα σωστή είναι η iii.

B.α.



Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$K_0 = K + U$$

$$K_0 = \frac{1}{2} m v^2 + V \cdot |e| \quad \text{οπότε} \quad V = \frac{K_0 - \frac{1}{2} m v^2}{|e|} \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2K_0}{m}} \quad (2)$$

Επειδή οι βαρυτικές δυνάμεις είναι κεντρικές θα ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής:

$$m v_0 \frac{r}{2} = m v r \quad (3)$$

$$\text{Η (3) με τη βοήθεια της (2) δίνει: } v = \sqrt{\frac{K_0}{2m}} \quad (4)$$

$$\text{Αντικαθιστώντας την (4) στην (1) παίρνουμε: } V = \frac{3K_0}{4 \cdot |e|}.$$

Με αντικατάσταση προκύπτει: $V = 1500 \text{ V}$

B.β. Στην περίπτωση των ηλεκτρονίων το δυναμικό θα ήταν μικρότερο διότι κάποια από τα προσπίπτοντα ηλεκτρόνια θα εξήγαγαν ηλεκτρόνια από τη σφαίρα τα οποία λόγω άπωσής τους από την φορτισμένη πλέον σφαίρα θα απομακρύνονταν από αυτήν. Έτσι η δέσμη των ηλεκτρονίων από τον επιταχυντή ενώ θα προσέπιπτε πάνω στη σφαίρα αυτή

κάποια στιγμή θα έπαυε να φορτίζεται. Ηλεκτρόνια μπορεί να εξαγονται και από τα πρωτόνια αλλά λόγω του ότι η σφαίρα φορτίζεται με θετικό ηλεκτρικό φορτίο τα ηλεκτρόνια επανέρχονται και παραμένουν στη σφαίρα.

Θέμα 3ο

3.α. Επειδή μονίμως θα είναι $x_2 > x_1$.

3.β. Κάθε μάζα έχει σταθερή ταχύτητα, συνεπώς:

$$x_1 = v_1 t + x_{10}$$

$$x_2 = v_2 t + x_{20}$$

Απαλείφοντας το χρόνο από τις παραπάνω έχουμε:

$$x_2 = \frac{v_2}{v_1} x_1 - \frac{v_2}{v_1} x_{01} + x_{20}$$

Έτσι η κλίση είναι:

$$\frac{v_2}{v_1}$$

3.γ. Η εξίσωση της δ_1 είναι $x_1 = 0$. Στο νέο επίπεδο της κίνησης έχουμε:

$$y_1 = x_1 \sqrt{m_1} = 0$$

Η εξίσωση της δ_2 είναι $x_1 = x_2$. Στο νέο επίπεδο της κίνησης έχουμε:

$$\frac{y_1}{\sqrt{m_1}} = x_1 = x_2 = \frac{y_2}{\sqrt{m_2}}$$

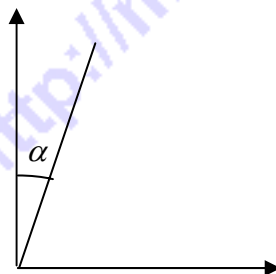
Έτσι οι εξισώσεις των Δ_1, Δ_2 θα είναι:

$$\Delta_1: y_1 = 0 \quad (0.2)$$

$$\Delta_2: y_2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} y_1$$

Η γωνία είναι:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \right)$$



3.δ. Οι ταχύτητες στο νέο επίπεδο της κίνησης είναι:

$$u_i = \frac{dy_i}{dt} = \sqrt{m_i} v_i$$

Δηλαδή:

$$u_1 = \sqrt{m_1} v_1$$

και $u_2 = \sqrt{m_2} v_2$

3.ε. $y_k = u_k t + y_{k0}$, $k = 1, 2$.

$$y_2 = \frac{u_2}{u_1} y_1 - \frac{u_2}{u_1} y_{10} + y_{20}$$

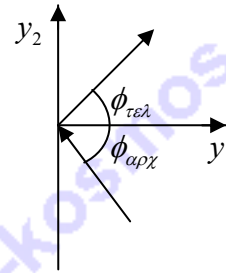
Έτσι η κλίση θα είναι: $\frac{u_2}{u_1}$

3.στ.

Μετά την κρούση η v_1 αλλάζει πρόσημο, ενώ η v_2 παραμένει αμετάβλητη. Έτσι, $u_2^{\tau\epsilon\lambda} = u_2^{\alpha\rho\chi}$, και

$$u_1^{\tau\epsilon\lambda} = -u_1^{\alpha\rho\chi}.$$

$$\begin{cases} \Delta y_2^{\tau\epsilon\lambda} = \frac{u_2^{\tau\epsilon\lambda}}{u_1^{\tau\epsilon\lambda}} \Delta y_1^{\tau\epsilon\lambda}, \\ \Delta y_2^{\alpha\rho\chi} = \frac{u_2^{\alpha\rho\chi}}{u_1^{\alpha\rho\chi}} \Delta y_1^{\alpha\rho\chi}, \end{cases}$$



$$\Rightarrow \tan(\pi - \phi_{\alpha\rho\chi}) = -\tan \phi_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow \phi_{\alpha\rho\chi} = \phi_{\tau\epsilon\lambda}.$$

3.ζ.

Από τα αποτελέσματα στο ερώτημα 3.δ μπορούμε να εκφράσουμε τις αρχές διατήρησης της ορμής και ενέργειας σε όρους των $u_{1,2}$.

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^2 m_k v_k^{\alpha\rho\chi} = \sum_{k=1}^2 m_k v_k^{\tau\epsilon\lambda}, \\ \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2} m_k (v_k^{\alpha\rho\chi})^2 = \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2} m_k (v_k^{\tau\epsilon\lambda})^2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{k=1}^2 \sqrt{m_k} u_k^{\alpha\rho\chi} = \sum_{k=1}^2 \sqrt{m_k} u_k^{\tau\epsilon\lambda}, \\ \sum_{k=1}^2 (u_k^{\alpha\rho\chi})^2 = \sum_{k=1}^2 (u_k^{\tau\epsilon\lambda})^2. \end{cases}$$

3.η.

Η απόσταση που διανύει το μόριο μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων με το έμβολο είναι $2X$.

Έτσι ο χρόνος μεταξύ αυτών των συγκρούσεων είναι

$$\frac{2X}{|v|}$$

και στο χρονικό διάστημα Δt γίνονται

$$n = \frac{|v|}{2X} \Delta t$$

συγκρούσεις.

3.θ.

Στο σύστημα αναφοράς του εμβόλου, η ταχύτητα του μορίου απλά αντιστρέφεται μετά την κρούση. Αυτό σημαίνει ότι στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου έχουμε

$$v' = -v + 2V.$$

Έτσι η μεταβολή του μέτρου της v είναι

$$\Delta |v| = -2V$$

σε μια κρούση. Κατά τη χρονική διάρκεια Δt , είναι:

$$\Delta |v| = -\frac{|v|V}{X} \Delta t$$

3.ι.

Χρησιμοποιώντας την υπόδειξη, έχουμε:

$$\Delta G = X \Delta |v| + |v| \Delta X = -X \frac{|v|V}{X} \Delta t + |v| \Delta X$$

Και αφού

$$V \Delta t = \Delta X$$

προκύπτει

$$\Delta G = 0$$

3.κ.

Για να βρούμε τη δύναμη, μπορούμε να υπολογίσουμε το ρυθμό μεταβολής της ορμής. Σε μια κρούση η ορμή που μεταφέρεται στο έμβολο είναι

$$\Delta P_1 = -m \Delta v$$

Υπό τις συνθήκες του προβλήματος, μετά την κρούση η ταχύτητα του μορίου απλά αλλάζει πρόσημο και

$$\Delta v = -2|v|$$

Οπότε

$$\Delta P_1 = +2m|v|$$

Μετά χρόνο Δt η συνολική ορμή που μεταφέρεται είναι

$$\Delta P = \frac{m v^2}{X} \Delta t$$

Η δύναμη που ασκείται στο έμβολο είναι $F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = m \frac{v^2}{X}$ και $F = m \frac{G^2}{X^3}$

3.λ.

Το έργο που εκτελείται είναι

$$W = \int_{x_0}^{x_1} F dx = -\frac{1}{2} m \frac{G^2}{X_1^2} + \frac{1}{2} m \frac{G^2}{X_0^2}$$

Οπότε:

$$\frac{1}{2} M V_1^2 - \frac{1}{2} M V_0^2 = -\frac{1}{2} m \frac{G^2}{X_1^2} + \frac{1}{2} m \frac{G^2}{X_0^2}$$

Αυτό σημαίνει ότι:

$$\frac{1}{2} M V_1^2 + \frac{1}{2} m \frac{G^2}{X_1^2} = \frac{1}{2} M V_0^2 + \frac{1}{2} m \frac{G^2}{X_0^2}$$

και αφού $v^2 = \left(\frac{G}{X}\right)^2$, έχουμε:

$$\frac{1}{2} M V_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} M V_0^2 + \frac{1}{2} m v_0^2$$

Που σημαίνει ότι η ενέργεια διατηρείται.

(Προσομοίωση της κίνησης των σφαιρών στο επίπεδο της κίνησης ενεργοποιείται επιλέγοντας "Προσομοίωση 3" στην περιοχή των θεμάτων / λύσεων του "Πανελληνίου Διαγωνισμού Φυσικής 2008". Προσοχή: απαιτείται η εγκατάσταση του Interactive Physics).

Πειραματικό Μέρος

A.α. $16,42 \times 0,211 = 3,46$ **A.β.** $6,5 / 14,50 = 0,45$

A.γ. $2,432 + 1,7 = 4,1$ **A.δ.** $120 - 18,3 = 102$

B.α. min^{-1}

B.β. Στη σχέση $T(t) = T_{\delta\omega\mu} + (T_{(0)} - T_{\delta\omega\mu})e^{-kt}$ θέτοντας για ευκολία όπου $T(t)$ το σύμβολο T και όπου $T_{\delta\omega\mu}$ το σύμβολο T_{δ} και φέρνοντας στο πρώτο μέλος το T_{δ} παίρνουμε:

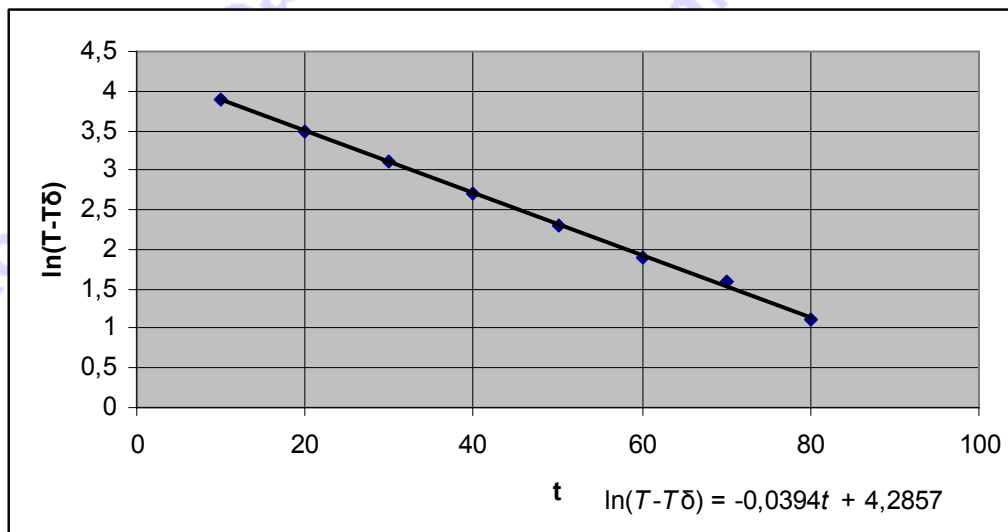
$T - T_{\delta} = (T_{(0)} - T_{\delta})e^{-kt}$ λογαριθμίζοντας έχουμε:

$$\ln(T - T_{\delta}) = \ln(T_0 - T_{\delta}) - kt$$

Η παραπάνω είναι γραμμική. Από τις πειραματικές τιμές των t και T υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές του $\ln(T - T_{\delta})$ οι οποίες φαίνονται στον παρακάτω πίνακα ανάλυσης των πειραματικών δεδομένων.

t (min)	10	20	30	40	50	60	70	80
T (°C)	65	49	38	30	25	22	20	18
T - T_δ (°C)	50	34	23	15	10	7	5	3
ln(T - T_δ)	3,9	3,5	3,1	2,7	2,3	1,9	1,6	1,1

Με βάσει τις τιμές του t και του $\ln(T - T_{\delta})$ κάνουμε το παρακάτω διάγραμμα:



Αυτό είναι το κατάλληλο διάγραμμα το οποίο μας επιτρέπει να βρούμε τη σταθερά k

B.γ. Η σταθερά k υπολογίζεται από την κλίση και βρίσκεται περίπου $k=0,04 \text{ min}^{-1}$

B.δ. Προεκτείνοντας τη βέλτιστη ευθεία βρίσκουμε ότι για $t=0$ $\ln(T - T_{\delta})=4,3$ οπότε :

$\ln(T - 15)=4,3$ και

$T - 15 = e^{4,3}$ δηλαδή

$T = e^{4,3} + 15 \text{ } ^\circ\text{C}$ ή

$T = 73,7 + 15 \text{ } ^\circ\text{C}$ δηλαδή η αρχική θερμοκρασία του τσαγιού ήταν:

$T_{(0)} = 88,7 \text{ } ^\circ\text{C}$

B.ε. Στους $16 \text{ } ^\circ\text{C}$ $\ln(T - T_{\delta}) = \ln(16 - 15) = \ln 1 = 0$.

Προεκτείνοντας το διάγραμμα βρίσκουμε $t=109 \text{ min}$ περίπου.