

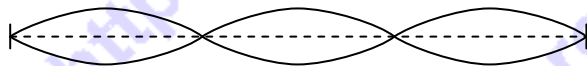
Γ' Λυκείου

6 Μαρτίου 2010

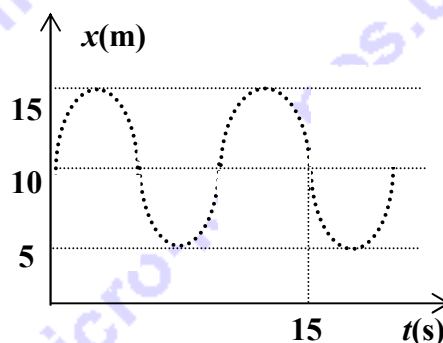
**Θεωρητικό Μέρος**

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

- A.** Μια χορδή βιολιού με τα δύο άκρα της στερεωμένα, ταλαντώνεται με συχνότητα 12 Hz. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος. Ποια είναι η θεμελιώδης συχνότητα της χορδής, δηλαδή η μικρότερη συχνότητα για την οποία σχηματίζεται στάσιμο κύμα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- B.** Στο διπλανό γράφημα φαίνεται η απομάκρυνση σε σχέση με το χρόνο, ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σώματος. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Δίνεται  $\pi^2 \approx 10$ .



- Γ.** Δύο σημειακές πηγές A και B εκπέμπουν διαμήκη αρμονικά μηχανικά κύματα στο ίδιο μέσον με την ίδια συχνότητα. Η πηγή B προηγείται φασικά της πηγής A κατά  $\pi$  rad. Η πηγή A απέχει τρία μήκη κύματος από ένα σημείο P του μέσου και η πηγή B απέχει πέντε μήκη κύματος από το σημείο P. Ποια η διαφορά φάσης μεταξύ των κυμάτων που φθάνουν στο σημείο P από τις πηγές A και B; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- Δ.** Μια γυναίκα κάθεται σε κάθισμα που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του. Η γυναίκα κρατά στα χέρια της έναν οριζόντιο περιστρεφόμενο χωρίς τριβές τροχό ποδηλάτου του οποίου η στροφορμή κατά τον κατακόρυφο άξονά του είναι  $L_0$ . Το κάθισμα στην κατάσταση αυτή είναι ακίνητο. Κάποια στιγμή η γυναίκα περιστρέφει τον τροχό γύρω από οριζόντιο άξονα κατά  $180^\circ$ , ώστε η πάνω επιφάνεια του τροχού να έρθει από κάτω. Μετά από αυτό το σύστημα γυναίκα – κάθισμα θα έχει αποκτήσει στροφορμή με μέτρο:



- A)  $2L_0$       B) 0      Γ)  $L_0/2$       Δ)  $L_0$       Ε)  $4L_0$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ε. Εξηγήστε με τη βοήθεια του κβαντικού προτύπου του ατόμου το γεγονός ότι το φάσμα εκπομπής ενός αερίου έχει μεν τις ίδιες γραμμές με το φάσμα απορρόφησης αλλά και γραμμές που το φάσμα απορρόφησης δεν τις περιέχει.

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Α. Άνθρωπος βρίσκεται μέσα σε ένα θάλαμο ο οποίος με τη βοήθεια συστήματος ελατηρίων εκτελεί κατακόρυφη ΑΑΤ, χωρίς αρχική φάση και θετική φορά κίνησης από κάτω προς τα πάνω. Μέσω κάποιου αισθητήρα δύναμης διασυνδεδεμένου με ηλεκτρονικό υπολογιστή είναι γνωστή η δύναμη  $\vec{N}$  που δέχεται ο άνθρωπος από το δάπεδο του θαλάμου πρακτικά σε κάθε χρονική στιγμή (γιατί ο αισθητήρας λαμβάνει μετρήσεις με πολύ μεγάλη συχνότητα). Η μέγιστη τιμή της  $\vec{N}$  είναι 1260N και η ελάχιστη 140N. Ο ελάχιστος χρόνος που περνά από τη στιγμή της καταγραφής της ελάχιστης ένδειξης ως την καταγραφή της μέγιστης ένδειξης είναι 1s. Να βρεθούν

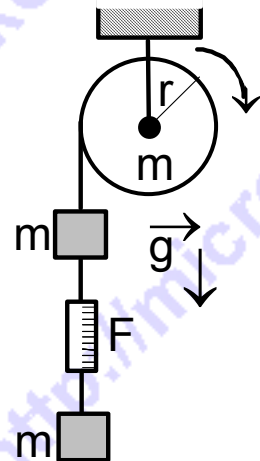
α) Το βάρος του ανθρώπου

β) Η μέγιστη ταχύτητα του ανθρώπου

γ) Η τιμή της  $\vec{N}$  ως συνάρτηση του χρόνου και να γίνει το αντίστοιχο γράφημα.

Δίνονται  $g=10\text{m/s}^2$  και  $\pi^2=10$

Β. Η τροχαλία με μάζα  $m$  ακτίνα  $r$  και ροπή αδράνειας  $I = \frac{mr^2}{2}$  του διπλανού σχήματος, περιστρέφεται δεξιόστροφα με τη βοήθεια ενός κινητήρα. Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι  $F = \frac{6mg}{5}$ . Το σχοινί και το δυναμόμετρο έχουν αμελητέα μάζα. Επίσης, το σχοινί δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία και είναι μη εκτατό. Υπολογίστε τη ροπή που δέχεται η τροχαλία από τον κινητήρα ως συνάρτηση των  $m, g, r$ .



**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

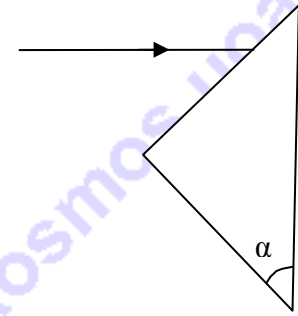
Α. Αντικείμενα του μικρόκοσμου όπως τα ηλεκτρόνια είναι δύσκολο να περιγραφούν ως σωμάτια ή ως κύματα σε κάθε περίπτωση. Μια δέσμη ηλεκτρονίων μπορεί να συμπεριφέρεται ως δέσμη σωματιδίων τη μια στιγμή και ως κύμα την άλλη στιγμή. Η κβαντική φυσική μας δίνει ένα εργαλείο μετατροπής αντίστοιχων μετρήσεων από τη μια περιγραφή στην άλλη. Δύο από τις κυριότερες αντιστοιχίες φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Σωματιδιακή περιγραφή	Σχέση	Κυματική περιγραφή
Ενέργεια σωματιδίου $E$	$E = h f$	Συχνότητα κύματος $f$
Ορμή σωματιδίου $p$	$p = h / \lambda$	Μήκος κύματος $\lambda$

Μια δέσμη φωτός όπως και εκείνη των ηλεκτρονίων δεν ταιριάζει απόλυτα σε μια από τις δύο περιγραφές.

i) Αποδείξτε τη σχέση  $E=pc$  ενέργειας και ορμής ενός φωτονίου μιας δέσμης φωτός αν  $c$  η ταχύτητα του φωτός στον αέρα.

ii) Μια οριζόντια μονοχρωματική δέσμη φωτός laser εισέρχεται από τον αέρα σε ορθογώνιο και ισοσκελές πρίσμα με κατακόρυφη βάση, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος για την ακτινοβολία αυτή είναι  $n=\sqrt{2}$ . Σχεδιάστε την πορεία της δέσμης laser και υπολογίστε τη γωνία εκτροπής της.

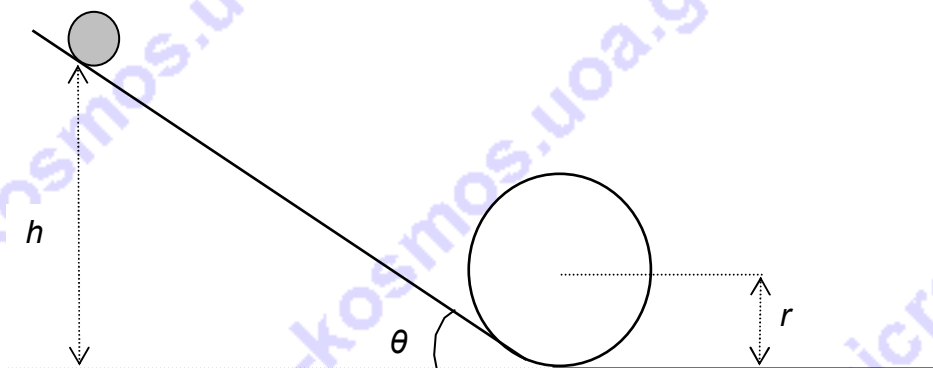


iii) Βρείτε μια έκφραση για τη μεταβολή της ορμής ενός φωτονίου της δέσμης στην κατακόρυφη διεύθυνση κατά τη διέλευσή του από το πρίσμα ως συνάρτηση της ενέργειας του φωτονίου  $E$  και της ταχύτητας του φωτός  $c$

iv) Αν στο πρίσμα εισέρχονται  $N$  φωτόνια σε κάθε δευτερόλεπτο, βρείτε μια έκφραση για την κατακόρυφη δύναμη που ασκείται στο πρίσμα από τη δέσμη laser ως συνάρτηση των  $N$ ,  $E$  και  $c$

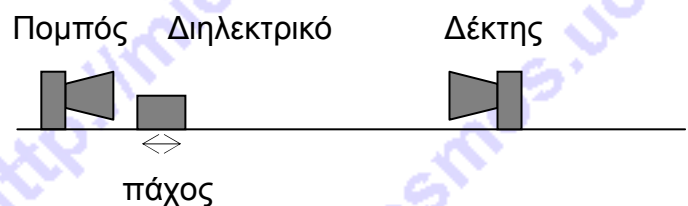
B. Σε μια δραστηριότητα επίλυσης προβλήματος στο εργαστήριο, ο καθηγητής έθεσε σε μια ομάδα μαθητών το πρόβλημα της εύρεσης του ελάχιστου ύψους  $h$  στο οποίο πρέπει να βρίσκεται το σημείο επαφής μιας σφαίρας ακτίνας  $R$  με τον πλάγιο διάδρομο εργαστηριακού στίβου ανακύκλωσης με γωνία κλίσης  $\theta$  και ακτίνα  $r$ , ώστε αν η σφαίρα αφηθεί ελεύθερη να εκτελέσει ανακύκλωση. Οι μαθητές γνώριζαν ότι η ροπή αδράνειας της σφαίρας δίνεται από τη σχέση  $I = \frac{2}{5}mR^2$ . Πριν προσέλθουν στο εργαστήριο συνεργατικά διατύπωσαν μια πρόβλεψη για το ελάχιστο ύψος. Όταν προσήλθαν στο εργαστήριο μέτρησαν την ακτίνα της σφαίρας  $R$ , την ακτίνα  $r$  του κυκλικού τμήματος του εργαστηριακού στίβου και τη γωνία  $\theta$  με σκοπό να υπολογίσουν το ύψος και εκτελώντας το πείραμα να ελέγξουν την πρόβλεψή τους.

Υποθέστε ότι η ακτίνα της σφαίρας  $R$  δεν είναι αμελητέα σε σχέση με την ακτίνα του κυκλικού στίβου  $r$  και ότι η κίνηση είναι κύλιση χωρίς ολίσθηση, ποια είναι η δική σας πρόβλεψή για το ελάχιστο ύψος  $h$  σε σχέση με τα  $r, R$ , και  $\theta$ ;



**Πειραματικό Μέρος**

Σε μια ομάδα μαθητών τέθηκε το πρόβλημα της μέτρησης της ταχύτητας διάδοσης μικροκυμάτων σε ένα διηλεκτρικό υλικό. Στην περίπτωση των διηλεκτρικών η απορρόφηση της ακτινοβολίας είναι μικρή αφού τα διηλεκτρικά δεν έχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια. Ειδικά για το διηλεκτρικό αλλά και την πηγή των μικροκυμάτων που δόθηκε στους μαθητές μπορεί να θεωρηθεί ότι η απορρόφηση είναι μηδενική (δεν μειώνεται η ένταση της ακτινοβολίας των μικροκυμάτων και το διηλεκτρικό θεωρείται διαφανές για τα μικροκύματα αυτά). Ένας δέκτης μικροκυμάτων είναι συνδεδεμένος με ένα πολύμετρο του οποίου η ένδειξη (ηλεκτρικό ρεύμα) είναι ανάλογη με την ένταση των μικροκυμάτων που λαμβάνει. Έτσι μεγάλη ένδειξη ρεύματος στο πολύμετρο σημαίνει και μεγάλη ένταση των μικροκυμάτων. Όταν μεταξύ του πομπού και του δέκτη υπάρχει μόνο ο αέρας, τότε η ένδειξη στο πολύμετρο είναι  $I$ . Οι μαθητές αυτοί σκέφτηκαν μεταξύ του πομπού και του δέκτη των μικροκυμάτων να τοποθετούν διηλεκτρικό έτσι ώστε να περνά μέσα από αυτό μόνο η μισή δέσμη των μικροκυμάτων ενώ η άλλη μισή διαδίδεται μέχρι το δέκτη μέσω του αέρα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι μαθητές μπορούσαν να μεταβάλλουν το πάχος του διηλεκτρικού τοποθετώντας πρόσθετα παραλληλεπίπεδα κατασκευασμένα από το διηλεκτρικό. Ξεκίνησαν από πολύ μικρά πάχη και για πάχος 25mm παρατήρησαν κατάργηση της λήψης στο δέκτη για πρώτη φορά.

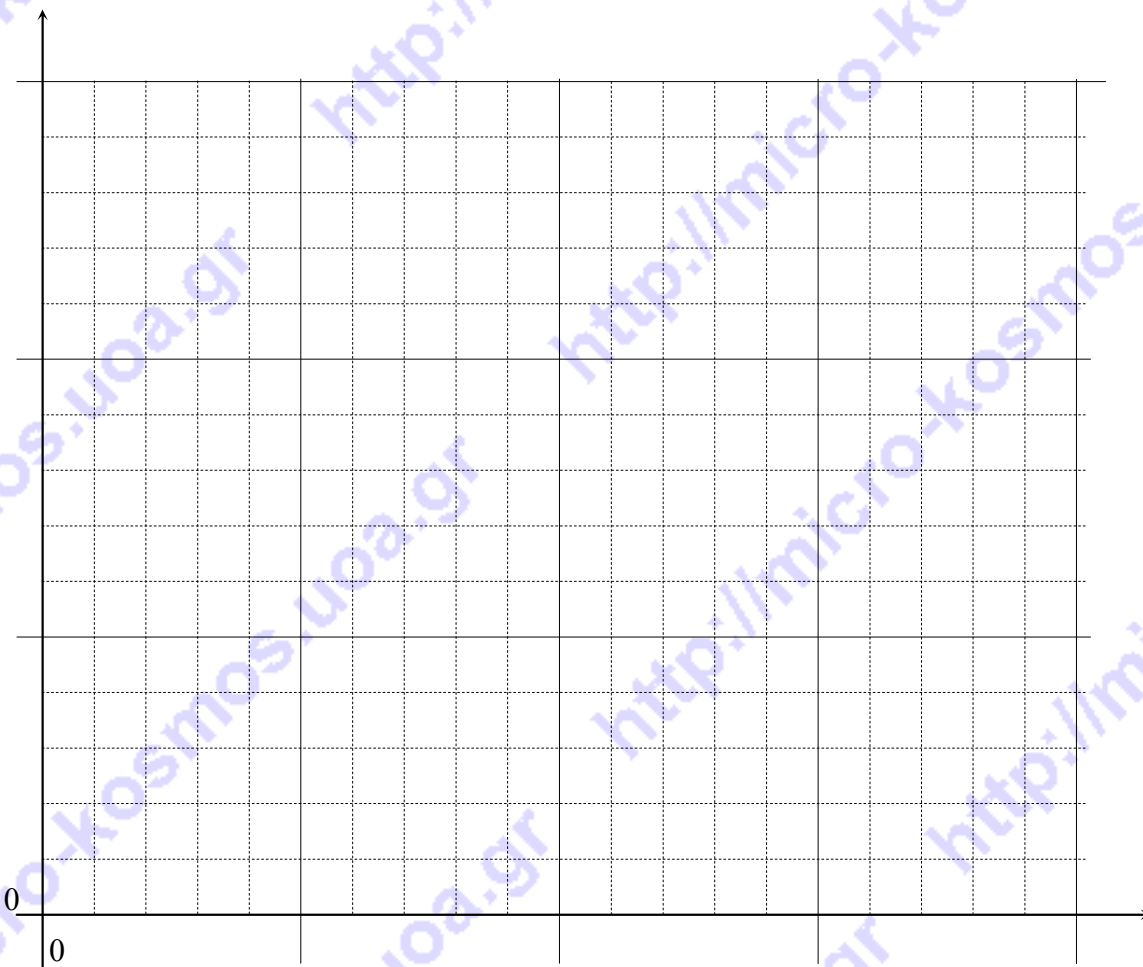


- i) Εξηγήστε πλήρως γιατί παρατήρησαν κατάργηση της λήψης.
- ii) Αν η συχνότητα των μικροκυμάτων είναι  $f=10,7\text{GHz}$  και η ταχύτητα του φωτός στον αέρα  $c_0=3 \cdot 10^8\text{m/s}$ , να υπολογίσετε την ταχύτητα των μικροκυμάτων στο διηλεκτρικό.
- iii) Ποιο το μήκος κύματος των μικροκυμάτων στον αέρα;
- iv) Ποιος ο δείκτης διάθλασης του διηλεκτρικού για το συγκεκριμένο μήκος κύματος;
- v) Τι θα παρατηρούσαν οι μαθητές αν τοποθετούσαν διηλεκτρικό πάχους 25mm αλλά με διπλάσιο ύψος ώστε ολόκληρη η δέσμη των μικροκυμάτων να περνούσε μέσα από το διηλεκτρικό;

**Καλή Επιτυχία**

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες τιλοδοτήστε συμπεριλάβετε και τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.



**Συνοπτικές Απαντήσεις****Θεωρητικό Μέρος****Θέμα 1<sup>ο</sup> :**

**A.**  $L=3\frac{\lambda}{2}=3\frac{c}{2f}$  και  $L=\frac{\lambda'}{2}=\frac{c}{2f'}$  από τις οποίες  $f'=f/3=4\text{Hz}$

**B.** Από το γράφημα προκύπτει ότι η περίοδος είναι  $T=10$  (s) και το πλάτος  $A=5$ (m). Έτσι η κυκλική συχνότητα  $\omega=2\pi/10$  rad/s= $\pi/5$  rad/s.

Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης θα είναι  $a_{\max}=\omega^2A=\frac{\pi^2}{25}5$  m/s<sup>2</sup>  $\approx 2\text{m/s}^2$

**Γ.**  $\Delta\varphi=\frac{2\pi 2\lambda}{\lambda}-\pi=3\pi$

**Δ.** Σωστή η Α. Η αρχική στροφορμή του συστήματος γυναίκα-κάθισμα-τροχός είναι  $L_0$ . Επειδή το παραπάνω σύστημα δε δέχεται εξωτερικές ροπές θα διατηρείται η στροφορμή του. Εφόσον η τελική στροφορμή του τροχού είναι  $-L_0$ , θα πρέπει η στροφορμή του συστήματος γυναίκα-κάθισμα να είναι  $2L_0$  ώστε η στροφορμή του συστήματος γυναίκα-κάθισμα-τροχός να παραμείνει  $L_0$ .

**Ε.** Στην απορρόφηση τα ηλεκτρόνια ανέρχονται από τη θεμελιώδη κατάσταση σε υψηλότερες απορροφώντας ένα φωτόνιο. Στην εκπομπή τα ηλεκτρόνια εκτός από το να πέσουν κατευθείαν στη θεμελιώδη κατάσταση, είναι δυνατόν να «κατρακυλίσουν» περνώντας από ενδιάμεσες καταστάσεις και έτσι παράγονται πρόσθετες γραμμές.

**Θέμα 2<sup>ο</sup> :**

**A.** α) Στον άνθρωπο ασκούνται δύο δυνάμεις. Η δύναμη που δέχεται ο άνθρωπος από το δάπεδο του θαλάμου και το βάρος του από τη Γή. Ο άνθρωπος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση οπότε  $N-mg=-Dx$  και  $N=mg-Dx$  (1)

Από την (1) προκύπτει ότι η  $N_{\min}$  καταγράφεται όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης δηλ.  $x=A$ . Οπότε  $N_{\min}=mg-DA$  (2)

Από την (1) προκύπτει ότι η  $N_{\max}$  καταγράφεται όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης δηλ.  $x=-A$ . Οπότε  $N_{\max}=mg+DA$  (3)

Από τις (2) και (3) προκύπτει ότι  $mg=\frac{N_{\max}-N_{\min}}{2}$  και με αντικατάσταση προκύπτει ότι

$$mg=700\text{N}$$

β) Ο άνθρωπος φθάνει από την κάτω ακραία θέση στην πάνω σε μισή περίοδο της ταλάντωσής του, οπότε:

$$\frac{T}{2}=1(\text{s}) \text{ και } T=2(\text{s}). \text{ Η κυκλική συχνότητα } \omega=\frac{2\pi}{T}=\pi \text{ (rad/s)}$$

Αφού  $mg=700\text{N}$  και  $g=10\text{m/s}^2$  η μάζα του θα είναι  $m=70\text{Kg}$

Επίσης  $D=m\omega^2$  οπότε  $D=70\pi^2$  N/m δηλαδή  $D=700\text{N/m}$ .

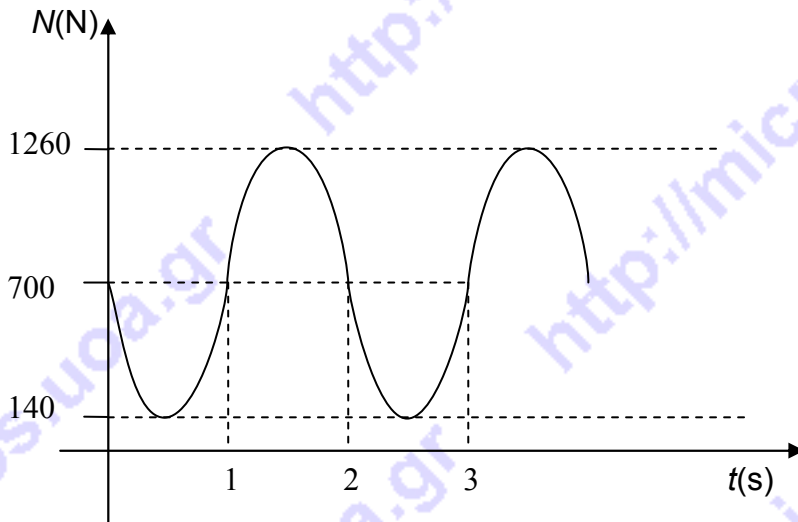
Από την (3) έχουμε  $A = \frac{N_{\max} - mg}{D}$  και με αντικατάσταση  $A = \frac{1260 - 700}{700} = 0,8m$

Η μέγιστη ταχύτητα θα είναι  $u_{\max} = \omega A$  και αντικαθιστώντας  $u_{\max} = 0,8\pi$  m/s

γ)  $N - mg = -Dx$  ή

$N = mg - Dx$  αλλά  $x = A\eta\mu\omega t$  έτσι:

$N = mg - DA\eta\mu\omega t$  και αντικαθιστώντας:  $N = 700 - 560\eta\mu\pi t$



**Β.** Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το κάτω σώμα έχουμε:

$$\frac{6mg}{5} - mg = ma \quad \text{οπότε}$$

$$\frac{mg}{5} = ma \quad \text{από την οποία} \quad a = \frac{g}{5}$$

$$\text{Όμως } a = \alpha_{\gamma} r \quad \text{οπότε } \alpha_{\gamma} = \frac{g}{5r} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το πάνω σώμα έχουμε:

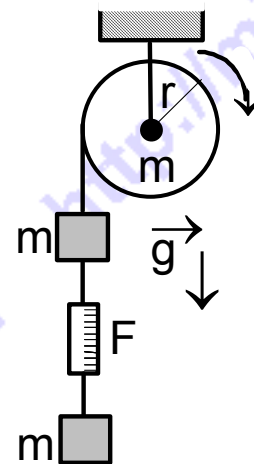
$$T - mg - F = ma \quad \text{από την οποία έχουμε:}$$

$$T = mg + \frac{6mg}{5} + \frac{mg}{5} \quad \text{δηλαδή: } T = \frac{12mg}{5} \quad (2)$$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την τροχαλία έχουμε:

$$T - \frac{12mg}{5} r = \frac{mr^2}{2} \frac{g}{5r} \quad \text{οπότε}$$

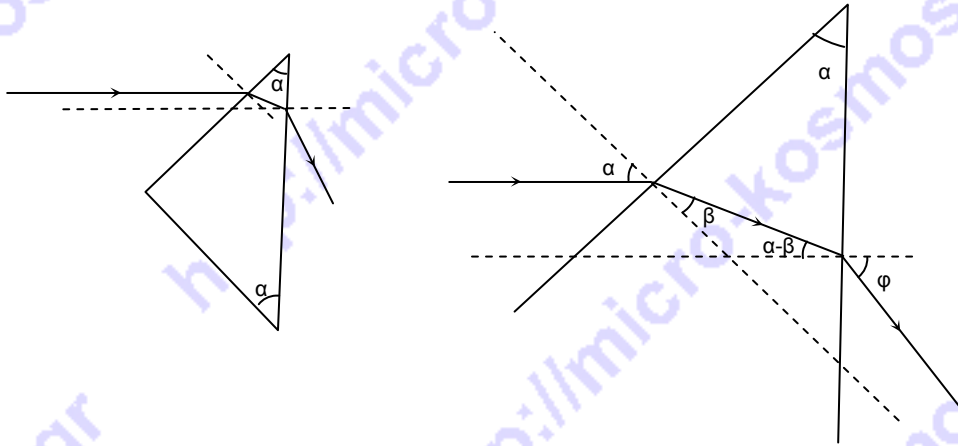
$$T = \frac{12mgr}{5} + \frac{mgr}{10} \quad \text{και τελικά } T = \frac{5mgr}{2}$$



**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

**A.**

- i) Διαιρώντας κατά μέλη τις  $E=hf$  και  $p=h/\lambda$  και επειδή  $c=lf$  προκύπτει η  $E=pc$



- ii) Από το νόμο του Snell

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad \text{οπότε} \quad n_1 \sin 45^\circ = \sqrt{2} n_2 \sin \beta \quad \text{και} \quad n_2 \sin \beta = 1/2 \quad \text{συνεπώς} \quad \beta = 30^\circ$$

$$\text{η κρίσιμη γωνία βρίσκεται από τη σχέση} \quad n_1 \sin \theta_{\text{crit}} = n_2 \quad \text{οπότε} \quad \theta_{\text{crit}} = 45^\circ$$

Επειδή  $\alpha - \beta = 15^\circ < \theta_{\text{crit}}$  θα έχουμε διάθλαση και από το νόμο του Snell

$$n_1 \sin(\alpha - \beta) = n_2 \sin \phi \quad \text{οπότε} \quad \sin \phi = \sqrt{2} \sin 15^\circ$$

η  $\phi$  είναι και η γωνία εκτροπής.

iii)  $\Delta p_y = \frac{E}{c} \sin \phi$

iv)  $F_y = \frac{N \Delta p_y}{\Delta t} = \frac{NE}{c} \sin \phi$

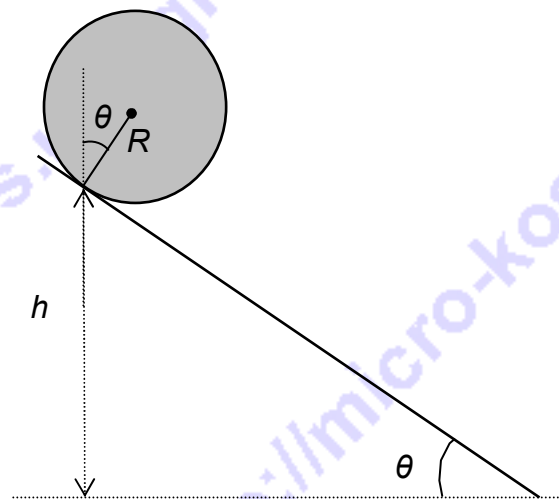
**B.** Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα από την αρχική της θέση μέχρι τη θέση όπου βρίσκεται στο ανώτερο σημείο του εργαστηριακού στίβου έχουμε:

$$mg(h + R \cos \theta) = \frac{1}{2} mR^2 \frac{U^2}{R^2} + \frac{1}{2} mU^2 + mg(2r - R) \quad (1)$$

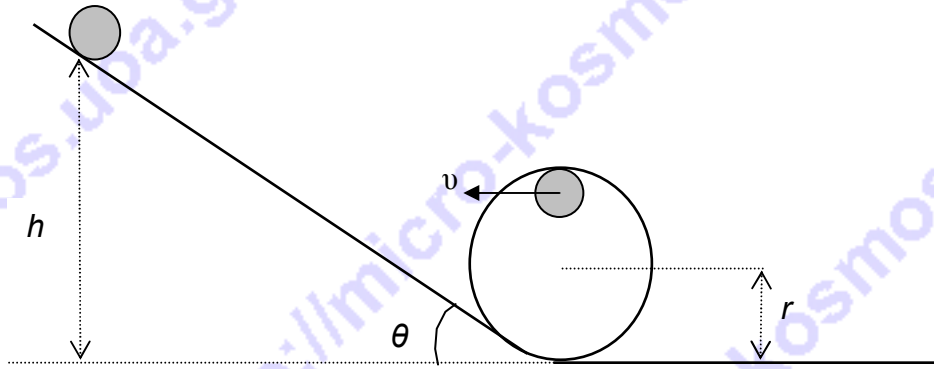
Το ελάχιστο ύψος  $h$  αντιστοιχεί στην ελάχιστη ταχύτητα  $u$  η οποία βρίσκεται από το νόμο της

κεντρομόλου δύναμης:  $\frac{mv^2}{r-R} = mg$  οπότε

$$v = \sqrt{g(r-R)} \quad (2)$$







Από τις (1) και (2) προκύπτει τελικά:  $h = \frac{27}{10}r - R\left(\frac{17}{10} + \sigma\eta\nu\theta\right)$

### Πειραματικό Μέρος

i) Η μισή δέσμη μικροκυμάτων που διέρχεται μέσα από το υλικό καθυστερεί χρονικά σε σχέση με την άλλη μισή κατά τη χρονική διάρκεια μισής περιόδου οπότε μετά το διηλεκτρικό συμβάλλουν καταστροφικά επειδή παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $\pi$ .

ii) Το διάστημα  $d=25\text{mm}$  στον αέρα διανύεται από τα μικροκύματα σε χρόνο  $t$ . Η ίδια απόσταση μέσα στο διηλεκτρικό διανύεται από τα μικροκύματα σε χρόνο  $t + \frac{T}{2}$  όπου  $T$

η περίοδος των μικροκυμάτων η οποία είναι  $T = \frac{1}{f}$ .

Η ταχύτητα των κυμάτων στον αέρα είναι:  $c_0 = \frac{d}{t}$  (1)

Η ταχύτητα των κυμάτων στο διηλεκτρικό είναι:  $c = \frac{d}{t + \frac{T}{2}}$  (2)

Η (2) με τη βοήθεια της (1) δίνει:  $c = \frac{d}{\frac{d}{c_0} + \frac{T}{2}}$  από την οποία παίρνουμε τελικά:

$$c = \frac{2dc_0f}{2df + c_0} \quad (3) \quad \text{από την οποία με αντικατάσταση προκύπτει:}$$

$$c = 1,92 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

iii)  $\lambda = \frac{c_0}{f}$  από την οποία προκύπτει  $\lambda = 2,8\text{cm}$

iv)  $n = \frac{c_0}{c}$  και με αντικατάσταση  $n = 1,56$

v) Στην περίπτωση αυτή ολόκληρη η δέσμη των μικροκυμάτων θα διέρχεται μέσα από το διηλεκτρικό. Έτσι και τα δύο μισά της θα παρουσιάζουν την ίδια καθυστέρηση  $T/2$  οπότε το σήμα στο δέκτη θα επανέρχεται και το πολύμετρο θα δείχνει πάλι  $I$ .