



## Ψηφιακές Αναπαραστάσεις και Τεχνικές για την Εκπαιδευτική Αξιοποίηση των Διαγραμμάτων Feynman

Γεώργιος Θεοφ. Καλκάνης, Γεώργιος Κοντόκωστας

Εργαστήριο Φυσικών Επιστημών, Τεχνολογίας και Περιβάλλοντος,  
Παιδαγωγικό Τμήμα Δ.Ε., Πανεπιστήμιο Αθηνών, <http://micro-kosmos.uoa.gr>  
[kalkanis@primedu.uoa.gr](mailto:kalkanis@primedu.uoa.gr), [gakon67@hotmail.com](mailto:gakon67@hotmail.com)

### Περίληψη

Η περιορισμένη –όπως διαπιστώνεται– αξιοποίηση και η χαμηλή αποτελεσματικότητα –όταν και όπου αξιοποιούνται έως σήμερα– των διαγραμμάτων Feynman στη σύγχρονη εκπαίδευση στις φυσικές επιστήμες (κυρίως στην ανώτατη βαθμίδα), παρώθησε τη σχεδίαση, οργάνωση και πραγματοποίηση μιας σειράς ερευνητικών διαδικασιών (2010-2012). Στην τελευταία ερευνητική διαδικασία (2012), της οποίας το αντικείμενο, τα αποτελέσματα και η αξιολόγησή τους παρουσιάζονται εδώ, αξιοποιήθηκαν (και) ψηφιακές αναπαραστάσεις και τεχνικές ενταγμένες στην επιστημονική / εκπαιδευτική μέθοδο με διερεύνηση. Στόχος ήταν η βέλτιστη εκπαιδευτική αξιοποίηση των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης  $e^-$ ,  $e^+$  και  $\gamma$  από φοιτητές / μελλοντικούς εκπαιδευτικούς φυσικών επιστημών. Τα θετικά –πολλαπλά– αποτελέσματα, αλλά και η αξιολόγηση των αναπαραστάσεων και των τεχνικών ως χρήσιμων εκπαιδευτικών εργαλείων μας επιτρέπουν τη διατύπωση προτάσεων για την επέκταση της χρήσης τους και τη γενίκευσή τους. Το πλέον ενδιαφέρον συμπέρασμα ήταν η διαπίστωση πολλών φοιτητών ότι τα διαγράμματα Feynman –όπως και ο φυσικός κόσμος– συγκροτούνται από λίγες και απλές, «στοιχειώδεις» δομές, η δε πολυπλοκότητά τους προκύπτει από τις διαφορετικές θέσεις, περιστροφές και –κυρίως– συνδυασμούς τους.

### Abstract

The limited -as ascertained- exploitation and low effectiveness –when and where applied up till nowadays– use of Feynman diagrams in modern education in physical sciences (mainly in higher education) motivated the design, organization and realization of a series of research procedures (2010-2012). In the most recent one (2012), the object of which, the results and their evaluation are presented here, were (also) used digital representations and techniques incorporated into the scientific / educational methodology by inquiry. The aim of this research was the optimal educational use of the diagrams of  $e^-$ ,  $e^+$  and  $\gamma$  interactions by students / prospective science teachers. The positive results as well as the evaluation of the representations and techniques as useful educational tools, allow us to propose the extension of their use as well as their generalization. The most interesting was the finding of many students that the Feynman-diagrams –just like natural world– are composed by a few simple, "elementary" structures and their complexity arises from their different positions, rotations and –mostly– combinations.

### Το Πλαίσιο, τα Ερωτήματα, οι Στόχοι

Τα διαγράμματα Feynman, που συμβολιστικά παριστούν τις αλληλεπιδράσεις ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων-φωτονίων στον μικρόκοσμο, έχουν αποδειχθεί πολλαπλά χρήσιμα και ιδιαίτερα αξιοποιήσιμα στην επιστημονική έρευνα, όσον αφορά στην κατανόηση και την ερμηνεία των σχετικών φαινομένων, αλλά και την κωδικοποίηση, την ερμηνεία και την πρόβλεψη δευτερογενών διαδικασιών αυτών των αλληλεπιδράσεων. Γενικότερα, η επιστημονική αυτή προσέγγιση έχει περιγραφεί ως μια χαρακτηριστική προσπάθεια και διαδικασία δημιουργίας προτύπων με εννοιολογική και προβλεπτική αξία (Gilbert 1997) βοηθά δε τόσο την επιστήμη όσο και την εκπαίδευση υπενθυμίζοντας ότι τα πρότυπα αποτελούν προσομοιώσεις / αναπαραστάσεις της πραγματικότητας βασισμένες στη θεωρία και όχι αυτή καθαυτή η πραγματικότητα (Osborne and Gilbert 1980). Αναντίστοιχη είναι, όμως, η αξιοποίηση των διαγραμμάτων Feynman στην εκπαίδευση στις φυσικές επιστήμες –ειδικότερα στη φυσική–,

ακόμη και των φοιτητών Τμημάτων Φυσικής διεθνώς παρόλο που αναφέρονται σε όλα τα αναλυτικά προγράμματα. Ενδεικτικές αυτής της αναντιστοιχίας είναι οι περιορισμένες περιγραφές, ερμηνείες και εφαρμογές, χωρίς πολλές ασκήσεις, των διαγραμμάτων στις διεθνείς σειρές εκπαιδευτικών βιβλίων γενικής φυσικής (Alonso-Finn 1967, Serway 1990), όταν σε άλλα δεν αναφέρονται καθόλου (Young and Freedman 2011). Εξάλλου, πολύ λίγες έρευνες και προτάσεις, σχετικές με τρόπους, μεθόδους και τεχνικές για την υποστήριξη της εκπαίδευσης και την εκπαιδευτική αξιοποίηση των διαγραμμάτων Feynman βρέθηκαν στη βιβλιογραφία (Daniel 2000, Dune 2001, Kumericki 2001).

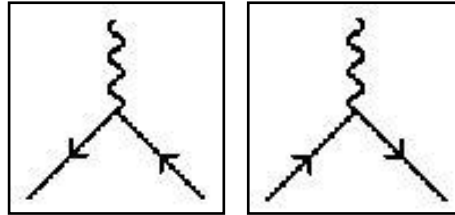
Οι διαπιστώσεις αυτές προέκυψαν μετά από συζητήσεις με μεταπτυχιακούς φοιτητές – απόφοιτους Τμημάτων Φυσικής– και τη συμπλήρωση σχετικών ερωτηματολογίων, στο πλαίσιο μιας μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας (Κοντόκωστας 2011). Οι φοιτητές είχαν διδαχθεί τις αλληλεπιδράσεις ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων-φωτονίων με τα διαγράμματα Feynman ως προπτυχιακοί φοιτητές και είναι εν δυνάμει εκπαιδευτικοί που θα διδάξουν στο μέλλον φυσική. Οι απαντήσεις στο ερωτηματολόγιο έδειξαν ότι μερικοί δεν μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν καθόλου τα διαγράμματα. Ακόμη και από αυτούς όμως που αναγνώρισαν και εξήγησαν λίγες ή όλες τις  $e^-e^+\gamma$  αλληλεπιδράσεις με τους κανόνες των διαγραμμάτων Feynman, ένα μικρό ποσοστό τους είχαν κατανοήσει τον τρόπο που οι φυσικές αρχές εφαρμόζονται ή μπορούσαν να δημιουργήσουν άλλα διαγράμματα. Οι απαντήσεις αυτές και οι διαπιστώσεις ήταν το έναυσμα για την επόμενη ερευνητική διαδικασία, τα ερευνητικά ερωτήματα –και εκπαιδευτικοί στόχοι– της οποίας αφορούσαν στην αναζήτηση μεθόδων, πρακτικών ή τεχνικών που θα βελτιστοποιήσουν την εκπαίδευση στα διαγράμματα Feynman. Τα αποτελέσματα της ενδιάμεσης αυτής ερευνητικής διαδικασίας –και η αξιολόγησή τους– έδειξαν ότι οι μέθοδοι και οι πρακτικές ή τεχνικές που εφαρμόστηκαν ήταν επιτυχείς.

Η δυνατότητα της περεταίρω βελτιστοποίησης της αποτελεσματικότητας αυτών των τεχνικών με την αξιοποίηση των ψηφιακών εκπαιδευτικών τεχνολογιών –ιδιαίτερα των ψηφιακών αναπαραστάσεων– ήταν το ερευνητικό ερώτημα και στόχος της επόμενης ερευνητικής διαδικασίας. Οι δυνατότητες επεξεργασίας, προσομοίωσης / οπτικοποίησης και παρουσίασης σε κίνηση ψηφιοποιημένης πληροφορίας, αλλά και η δυνατότητα χειρισμού της από κάθε εκπαιδευόμενο με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή, όπως και η πρόσβασή τους μέσω του διαδικτύου (Καλκάνης 2010) βοήθησαν στη σχεδίαση και πραγματοποίηση αυτής της ερευνητικής διαδικασίας.

### **Η Έρευνα, οι Τεχνικές, οι Αναπαραστάσεις**

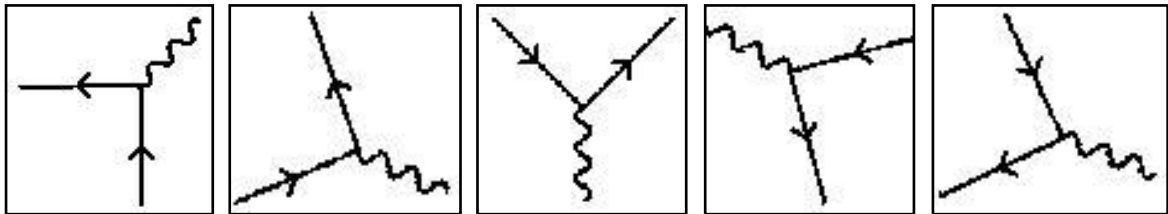
Η αρχική ερευνητική εργασία βασίστηκε σε μια ιδέα του M. I. Daniel (2006) σύμφωνα με την οποία ένα μόνο «στοιχειώδες» διάγραμμα είναι δυνατόν να αντιπροσωπεύει τις βασικές ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ  $e^-$ ,  $e^+$  και  $\gamma$ . Ως στοιχειώδες διάγραμμα επιλέξαμε τη διαδικασία της διπλής γένεσης  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma$  και σχεδιάσαμε το αντίστοιχο στοιχειώδες διάγραμμα Feynman στην εμπρός πλευρά δύο μικρών κομματιών από ημιδιαφανές ριζόχαρτο. Με περιστροφή (κατά  $90^\circ$ ) και αντιστροφή (εμπρός – πίσω) των δύο κομματιών χαρτιού παρουσιάζονται όλες οι δυνατές μορφές των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων. Αυτή η διαδικασία έχει το πλεονέκτημα της ενεργού «διά χειρός» συμμετοχής που είναι πάντα μια από τις σημαντικές επιλογές στην εκπαίδευση.

Στην επόμενη ερευνητική διαδικασία, που περιγράφουμε εδώ, χρησιμοποιήσαμε την ψηφιοποιημένη εικόνα του ίδιου «στοιχειώδους» διαγράμματος  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma$  (εικόνα 1α) και την αντιστροφή του εμπρός-πίσω (εικόνα 1β), με τον χρόνο να εξελίσσεται από τα κάτω προς τα επάνω των εικόνων.



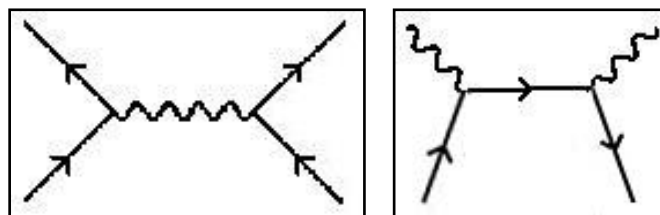
**Εικόνες 1α, 1β:** Στην εικόνα 1α (αριστερά) φαίνεται το «στοιχειώδες» διάγραμμα που αναπαριστά τη «στοιχειώδη» διαδικασία του μικροκόσμου  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$ , ενώ η εικόνα 1β (δεξιά) έχει προκύψει από την αντιστροφή εμπρός-πίσω της εικόνας 1α

Εκμεταλλευόμενοι τις δυνατότητες της περιστροφής –εκτός της αντιστροφής– των ψηφιακών εικόνων, είναι δυνατόν εύκολα να παραστήσουμε με περιστροφή των εικόνων 1, 2, σε διάφορες γωνίες, και άλλες δυνατές εκδοχές των αλληλεπιδράσεων μεταξύ  $e^-$ ,  $e^+$  και  $\gamma$ . Μερικές από αυτές φαίνονται στις εικόνες 2α, 2β, 2γ, 2δ και 2ε.

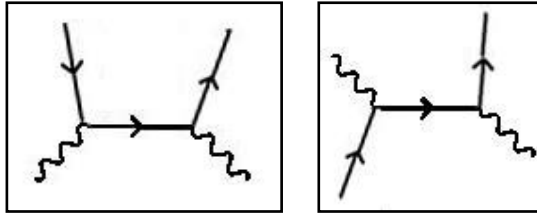


**Εικόνες 2α, 2β, 2γ, 2δ, 2ε** (από τα αριστερά προς τα δεξιά). Εικόνα 2α:  $e^- \rightarrow e^- + \gamma$ . Εικόνα 2β:  $e^- + \gamma \rightarrow e^-$ . Εικόνα 2γ:  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ . Εικόνα 2δ:  $e^+ \rightarrow e^+ + \gamma$ . Εικόνα 2ε:  $e^+ + \gamma \rightarrow e^+$

Με συνδυασμούς, ανά δύο, των εικόνων 1 και 2 προκύπτουν τα διαγράμματα Feynman και άλλων πλέον σύνθετων αλληλεπιδράσεων μεταξύ  $e^-$ ,  $e^+$  και  $\gamma$ , όπως των  $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$ ,  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ ,  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$ ,  $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$  (βλ. εικόνες 3, 4, 5 και 6). Υπενθυμίζουμε ότι ο χρόνος εξελίσσεται από τα κάτω προς τα επάνω των εικόνων.

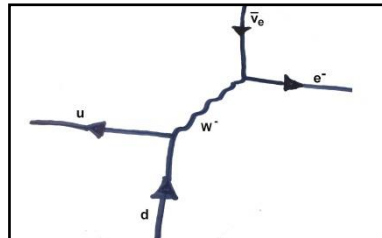


**Εικόνες 3, 4** (από τα αριστερά προς τα δεξιά). Εικόνα 3: αλληλεπίδραση δύο ηλεκτρονίων ανταλλάσσοντας ένα εικονικό φωτόνιο, γνωστή ως σκέδαση ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου  $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$ . Εικόνα 4: αλληλεπίδραση μεταξύ ενός ηλεκτρονίου και ενός ποζιτρονίου, γνωστή ως εξαύλωση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$



**Εικόνες 5, 6** (από τα αριστερά προς τα δεξιά). Εικόνα 5: αλληλεπίδραση δύο φωτονίων, γνωστή ως διπλή γένεση ενός ηλεκτρονίου και ενός ποζιτρονίου  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$ . Εικόνα 6: αλληλεπίδραση μεταξύ ενός ηλεκτρονίου και ενός φωτονίου, γνωστή ως σκέδαση ηλεκτρονίου-φωτονίου  $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$ .

Αξιοποιώντας την ίδια τεχνική είναι δυνατόν να αναπαραστήσουμε με διαγράμματα Feynman και άλλες αλληλεπιδράσεις / διαδικασίες που μπορεί να συμβούν μεταξύ quarks (up, down, charm, strange, top, bottom), λεπτονίων (electron, muon, tau, electron neutrino, muon neutrino, tau neutrino) και σωματιδίων πεδίου (photon, gluon, z boson, w boson). Ως παράδειγμα, μπορούμε να συνθέσουμε το διάγραμμα Feynman για τη  $\beta$ -διάσπαση (βλ. εικόνα 7).



**Εικόνα 7:** Αναπαριστά την αλληλεπίδραση / διαδικασία  $u + d \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$  (με ανταλλαγή  $W^-$ ) που είναι γνωστή ως  $\beta$ -διάσπαση.

### Η Μεθοδολογία, τα Βήματα, η Εφαρμογή

Η ερευνητική μεθοδολογία την οποία εφαρμόσαμε συνίσταται από τα εξής διαδοχικά βήματα:

α) Δημιουργήσαμε τις ψηφιακές αναπαραστάσεις τις οποίες περιγράφουμε στη συνέχεια και τις ενσωμάτωσαμε σε ένα απλό λογισμικό με το οποίο οι φοιτητές μπορούσαν να τις χειριστούν – αντιστρέφοντας και περιστρέφοντας τις αλλά και δημιουργώντας συνδυασμούς τους – (Τσάκωνας 2012). β) Δοκιμάσαμε με μια ομάδα λίγων φοιτητών τη λειτουργικότητα των αναπαραστάσεων και του λογισμικού με στόχο την επιβεβαίωση της εφικτότητάς τους, ολοκληρώσαμε δε τη σύνθεση / βελτιστοποίηση σχετικού ερωτηματολογίου. γ) Διευρύναμε τη μικρή ομάδα φοιτητών και με άλλους ώστε να σχηματισθεί μια πειραματική ομάδα από είκοσι φοιτητές (τελειόφοιτους προπτυχιακούς φοιτητές του Τμήματος Φυσικής που εκπονούν τις διπλωματικές τους εργασίες στο Εργαστήριο και μεταπτυχιακούς φοιτητές αποφοίτους του ίδιου Τμήματος που ακολουθούν τη μεταπτυχιακή κατεύθυνση «Φυσικές Επιστήμες στην Εκπαίδευση»). Όλοι είχαν διδαχθεί σε αντίστοιχο προπτυχιακό μάθημα τα διαγράμματα Feynman, με κοινό χαρακτηριστικό τους ότι όλοι είναι εν δυνάμει εκπαιδευτικοί. δ) Οργανώσαμε και πραγματοποιήσαμε συνεδρίες, διάρκειας 45 περίπου λεπτών, ακολουθώντας τα βήματα της επιστημονικής / εκπαιδευτικής μεθόδου με διερεύνηση: 1. έναυσμα ενδιαφέροντος, 2. υπενθύμιση προϋπαρχουσών γνώσεων, διατύπωση υποθέσεων, 3. πειραματισμός, 4. διατύπωση συμπερασμάτων, εφαρμογές, 5. γενίκευση, εμπέδωση, ερμηνείες (Καλκάνης 2007, 2010).

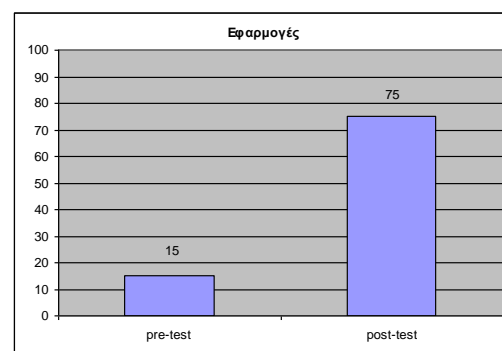
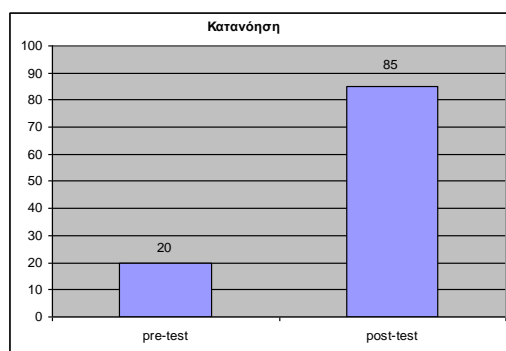
Κατά τη διάρκεια των συνεδριών, σύμφωνα με τα βήματα της μεθόδου, οργανώσαμε τις εξής διαδικασίες και δράσεις: Στην αρχή, παρωθούσαμε το ενδιαφέρον των φοιτητών (ακολουθώντας το πρώτο μεθοδολογικό βήμα) με την προβολή εικονοσκοπημένων πληροφοριών για τα διαγράμματα Feynman, καθώς και απαραίτητες γνώσεις με τον τρόπο που παρουσιάζονται από



τα ευρύτερα χρησιμοποιούμενα διεθνώς βιβλία αναφοράς, ώστε να διατυπώσουν υποθέσεις (ακολουθώντας το δεύτερο μεθοδολογικό βήμα). Τότε, ζητούσαμε από τους φοιτητές τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου (pre-test). Στη συνέχεια (ακολουθώντας το τρίτο μεθοδολογικό βήμα), πραγματοποιούσαμε διδακτική παρέμβαση, ζητώντας από τους φοιτητές να μελετήσουν τις αναπαραστάσεις που φαίνονται στις εικόνες 1 και 2 και να αναγνωρίσουν τις αντίστοιχες διαδικασίες και τα αντίστοιχα διαγράμματα Feynman για να ελέγξουμε την κατανόησή τους από τους φοιτητές. Μετά, αυξάνοντας τη δυσκολία, τους ζητούσαμε να χειριστούν κατάλληλα τις αναπαραστάσεις των εικόνων 1 και 2 μέσω του λογισμικού ώστε με συνδυασμούς τους να σχηματίσουν τις αναπαραστάσεις των αλληλεπιδράσεων  $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$ ,  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ ,  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$ ,  $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$  (που φαίνονται στις εικόνες 3, 4, 5 και 6, αντίστοιχα), ώστε να ελέγξουμε τη δυνατότητα των φοιτητών να εφαρμόσουν τα διαγράμματα Feynman. Επισημαίνουμε ότι το λογισμικό είχε τη δυνατότητα –με επιλογή μας– να δίνει ένδειξη για τη σωστή (ή μη) επιλογής του συνδυασμού. Τότε, ζητούσαμε από τους φοιτητές να συνοψίσουν τα συμπεράσματά τους (ακολουθώντας το τέταρτο μεθοδολογικό βήμα) και να γράψουν παρατηρήσεις και σχόλια. Τέλος, ζητούσαμε από τους φοιτητές (αυξάνοντας ακόμη τη δυσκολία και ακολουθώντας το πέμπτο και τελευταίο μεθοδολογικό βήμα) να γενικεύσουν τα συμπεράσματά τους εφαρμόζοντάς τα και σε άλλες αλληλεπιδράσεις οι οποίες μπορεί να συμβαίνουν μεταξύ άλλων σωματιδίων (quarks, λεπτονίων και σωματιδίων πεδίου), όπως η διαδικασία της β-διάσπασης  $u + d \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$  (με ανταλλαγή W) που φαίνεται στην εικόνα 7. Τότε, ζητούσαμε από τους φοιτητές να συμπληρώσουν ξανά το ερωτηματολόγιο (post-test).

#### Τα Αποτελέσματα, τα Συμπεράσματα, οι Προτάσεις

Μετά την αποδελτίωση των φύλλων εργασίας των pre-test και post-test, τη σύγκριση των απαντήσεων και των παρατηρήσεών τους στο ερωτηματολόγιο, καταγράψαμε τα εξής όσον αφορά στα κύρια ερευνητικά ερωτήματα και στόχους: Οι φοιτητές, γενικά, έδειξαν στο pre test δυσκολία στην κατανόηση των κανόνων των διαγραμμάτων Feynman, μόνο δε ένα μικρό ποσοστό (20%) είχε επιτυχία στην κωδικοποίηση των αλληλεπιδράσεων  $e^-$ ,  $e^+$  και  $\gamma$  που τους δόθηκαν, ενώ ένα μικρότερο ποσοστό (15%) επιχείρησε με κάποια επιτυχία την εφαρμογή τους σε συνθετότερες αλληλεπιδράσεις / διαδικασίες (βλ. εικόνα 8α). Αντίθετα, οι απαντήσεις τους στα post-test, μετά τη διδακτική μας παρέμβαση και ακολουθώντας τα μεθοδολογικά βήματα, έδειξαν ότι είχαν σχεδόν όλοι (85%) κατανοήσει τους κανόνες και τον τρόπο εφαρμογής τους στον χειρισμό των ψηφιακών αναπαραστάσεων των διαγραμμάτων, αλλά και ένα μεγάλο ποσοστό (75%) πέτυχε να εφαρμόσει σωστά τα διαγράμματα για να δημιουργήσει τις δικές του αναπαραστάσεις σε σύνθετες διαδικασίες (βλ. εικόνα 8β)..



**Εικόνες 8α, 8β.** Η εικόνα 8α αφορά στην κατανόηση των φοιτητών (%), ενώ η εικόνα 8β αφορά στην εφαρμογή από τους φοιτητές (%) των διαγραμμάτων, πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση (pre-test και post-test, αντίστοιχα).

Επιμέρους συμπεράσματα μπορούν να θεωρηθούν τα ακόλουθα: Ως δευτερογενές –αλλά σημαντικό– συμπέρασμα θεωρούμε την παρατήρηση πολλών ότι μόλις αντιλήφθηκαν ότι τα διαγράμματα Feynman είναι ένα πρότυπο (ή μοντέλο) της πραγματικότητας και ότι μπορεί να ενταχθεί στη γενική ερμηνευτική και ενοποιητική πρόταση για την πρόταξη της γνώση των διαδικασιών σε σχέση με τη γνώση των ορισμών.

Θεωρούμε, όμως, ως το πλέον ενδιαφέρον και σημαντικό συμπέρασμα μερικών φοιτητών τη διαπίστωση ότι τα διαγράμματα Feynman –όπως και ο φυσικός κόσμος– συγκροτούνται από λίγες και απλές, «στοιχειώδεις» δομές, η δε πολυπλοκότητά τους προκύπτει από τις διαφορετικές θέσεις, περιστροφές και –κυρίως– συνδυασμούς τους. Αυτοί οι φοιτητές, πράγματι συσχέτισαν τα «στοιχειώδη» διαγράμματα Feynman (τις αναπαραστάσεις των εικόνων 1α και 1β) με τα «στοιχειώδη» σωματίδια του μικροκόσμου (τα δύο  $u$  και  $d$  quarks και τα ηλεκτρόνια, από τα οποία συγκροτείται ο φυσικός μας κόσμος).

Τέλος, θεωρώντας ικανοποιητικά τα αποτελέσματα της ερευνητικής διαδικασίας για την όσο το δυνατόν αποτελεσματικότερη αξιοποίηση των διαγραμμάτων Feynman στην εκπαίδευση, προτείνουμε τη συνέχιση και διεύρυνσή της με αυτούς ή και ευρύτερους στόχους, ώστε, με επιβεβαίωση και γενίκευση αυτής της διαδικασίας και των αποτελεσμάτων της, να βελτιστοποιηθεί η εκπαίδευση (κατανόηση και εφαρμογές) στα διαγράμματα Feynman.

### Αναφορές

Καλκάνης Γ.Θ. (2007), "Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση στις-με τις ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ", I. οι Θεωρίες, II. τα Φαινόμενα, Αθήνα

Καλκάνης Γ.Θ. (2010), "Εκπαιδευτικό ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ και Εκπαιδευτικές ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ", I. το Εργαστήριο, II. οι Τεχνολογίες, Αθήνα

Κοντόκωστας Γ. (2011), «Μια Εκπαιδευτική Προσαρμογή των Διαγραμμάτων Feynman (και) για τους Φοιτητές Φυσικών Επιστημών», Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Αθήνα

Τσάκωνας Π. (2012), «Λογισμικό Διαγραμμάτων Feynman», <http://micro-kosmos.uoa.gr> (→ οι Εκπαιδευτικές Προτάσεις)

Alonso M., Finn E., (1967), "Fundamental University Physics", book, vol. II, Addison-Wesley Publishing Company, USA

Daniel M., (2006), "Particles, Feynman diagrams and all that", Physics Education, , v. 41, n. 2, p. 119-129, London.

Dune P., (2001), "Looking for consistency in the construction and use of Feynman diagrams", Physics Education, v. 36, n. 5, p. 366-374, London .

Gilbert, J.K. (1997) (Ed) «Exploring Models and Modeling in Science and Technology Education», The University of Reading, The New Bulmershe Papers, UK.

Osborne, R.J. and Gilbert, J.K. (1980) «The use of models in science teaching», The School and Science Review, UK.

Kumericki K., (2001), "Feynman Diagrams for Beginners", Notes at the Adriatic School on Particle Physics, Croatia

Serway R. (1990), "Physics", book, vol. IV, Saunders Golden Sunburst Series, USA

Young and Freedman (2011), "University Physics", 13th Edition, Publisher Addison-Wesley